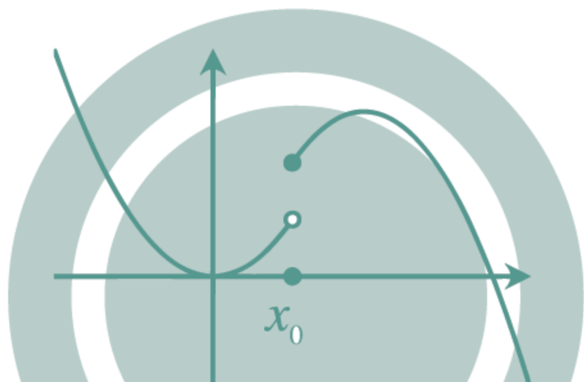
CEAD
Centro de Educação
Aberta e a Distância

UFOP



GRAPH: PLOTADOR DE FUNÇÕES MATEMÁTICAS

Jorge Luís Costa

SÉRIE TECNOLOGIAS DIGITAIS NA EDUCAÇÃO

(Página intencionalmente deixada em branco)

JORGE LUÍS COSTA

GRAPH
Plotador Gráfico de Funções

1ª edição



REVISORA
Elinor de Oliveira Carvalho

CAPA E LAYOUT
Fernanda Camargo

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Luís Costa, Jorge

Graph: Plotador de funções matemáticas

Jorge Luís Costa, Cabo Frio, RJ : Visão Editora,/ Publicação 2016. / 14x20 cm. 114 pg.

ISBN 978-85- 67270-32-6

MATEMÁTICA , EDUCAÇÃO - TECNOLOGIA (ciências aplicadas) I - Título / II - Título

CDD- 600

ISBN: 978-85-67270-31-9 (e-book/PDF)



IMPRESSÃO E ACABAMENTO
Visão Editora
Av. Ézio Cardoso da Fonseca, 99 - Jardim Esperança
Cabo Frio - RJ - CEP 28920-000
Tel.: (22) 99725 2879
e-mail: contatovisaoeditora@gmail.com
http://www.visaograficaeeditora.com.

Nota

Durante o período em que atuamos na interseção das áreas *educação* e *tecnologia digitais,* oferecemos oficinas ou cursos de curta duração sobre recursos ou programas que temos utilizado em atividades docentes. Na maioria das vezes, utilizamos *softwares* ou recursos gratuitos e, por isso, produzimos materiais. Mas, apesar de presenciar uma enxurrada de recursos, tanto de programas e sites quanto de equipamentos, não temos visto apropriação significativa deles em sala de aula.

Assim, nosso objetivo com a série *Tecnologias Digitais na Educação* é disponibilizar materiais que orientem o leitor, de maneira simples e paulatina, para usar recursos proporcionados pelas tecnologias digitais na intenção de que se aproprie deles nos processos educacionais.

Temos, porém, consciência de que os fascículos não esgotam esses assuntos, nem é essa nossa pretensão. Esperamos apenas que sirvam de incentivo para a caminhada de quem pretende explorar o universo das possibilidades de uso das tecnologias digitais na educação.

André Felipe Pinto Duarte[1]

Jorge Luís Costa

---

1 André Felipe Pinto Duarte e Jorge Luís Costa são docentes do Departamento de Educação e Tecnologia (DEETE) do Centro de Educação Aberta e a Distância (CEAD), da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).

(Página intencionalmente deixada em branco)

Sumário

INTRODUÇÃO

Prezado leitor, na página oficial do Graph, na Internet, encontra-se uma apresentação muito sucinta para o programa.

> O Graph é uma aplicação de código aberto usado para desenhar gráficos matemáticos em um sistema de coordenadas. Qualquer um que quiser desenhar gráficos de funções achará esse programa útil. O programa faz com que seja muito fácil visualizar uma função e colá-lo em outro programa. Também é possível fazer alguns cálculos matemáticos sobre as funções (GRAPH, 2016).

Na realidade esse *softwar*e faz muito mais que isso. Eu gostaria de destacar duas informações dessa apresentação. A primeira é que o Graph é um programa de código aberto. Isso significa que é possível modificá-lo, pois seus códigos estão disponíveis gratuitamente na Internet. Essa característica, na minha opinião, é muito importante, pois compartilha conhecimento e possibilidades.

A segunda informação diz respeito à facilidade de uso do programa. Como você pode constatar, o uso básico do Graph é simples. À medida que se vai exigindo mais do programa, tem de haver um pouco mais de conhecimento. Porém posso afirmar que, na categoria dos programas de plotagem de funções matemática, o Graph é o mais simples daqueles com que trabalhei.

No próximo tópico vou apresentar rapidamente minha relação com esse programa.

MINHA RELAÇÃO COM O GRAPH

Conheço o Graph desde a versão 2.4, disponibilizada na Internet em janeiro de 2003. Nessa época, eu estava procurando um *software* de plotagem de gráficos que também fizesse ajuste de curva a partir de uma série de pontos no plano cartesiano e que fosse gratuito. Foi fácil encontrar plotadores gráficos e *software* para ajuste de curvas, mas os dois em um só foram poucos. Dos que encontrei, o uso era muito complicado.

No segundo semestre de 2003, eu o utilizei na disciplina de Iniciação à Informática, na Licenciatura em Matemática. Apesar de ter uma interface amigável e de simples operação, os alunos tiveram dificuldades com o programa, pois os menus e comandos eram em inglês.

Em março de 2004, um projeto para tradução do Graph envolveu dois professores (eu e a Profa. Mara Correa Senna) e quatro alunos (Deivid Rodrigues, Fernanda Fernandes Lyra Gomes e Monalisa H. Vaz, da Licenciatura em Matemática e Wagner da Silva Queiroz, do Bacharelado em Sistema de Informação). Após a autorização dada por Ivan Johansen, desenvolvedor do programa, e a aprovação do projeto, foi iniciada a tradução. A primeira versão em português foi a 3.2, disponibilizada em agosto de 2004.

Após essa tradução, o Graph recebeu grandes contribuições de diversas pessoas. Aldemar Calazans Filho, fez a tradução da segunda interface do Graph - interface da versão 4. Devo citar ainda Wladimir A. Silva, André Felipe Pinto Duarte e Janete Flor de Maio.

A ORIGEM DESSE GUIA DE ESTUDOS

No primeiro semestre de 2003, escrevi a primeira versão de uma apostila de uso do Graph para meus alunos segundo semestre letivo de 2003. As aulas do Graph, na disciplina de *Iniciação à Informática* foram ótimas para identificar as melhorias necessárias. No primeiro semestre de 2004, depois

de efetuar as correções nesse material, ofereci o curso do Graph, a distância, para duas turmas de professores.

À medida que iam saindo novas versões do programa, fui atualizando o material, porém sempre a ideia de explorar os recursos básicos. A proposta era que, ao final do curso, os alunos – tanto os alunos da graduação quanto os professores do curso a distância – conseguissem plotar gráficos de funções reais, gerar imagens para ilustrar textos matemáticos e usar o programa para atividades exploratórias de funções.

COMO ESSE GUIA ESTÁ ESTRUTURADO

O objetivo deste guia do Graph é apresentar os recursos básicos do programa, permitindo trabalhar com funções reais. Apesar de o Graph trabalhar também com funções paramétrica e polar, estas não são abordadas neste material.

Adota-se uma linguagem coloquial, quase um diálogo. Dessa forma, o texto se torna mais leve. Outra preocupação é que este guia não é para ser apenas lido. Deseja-se mostrar como fazer coisas ***no software*** e ***com o software***. Portanto, o texto é permeado de ações para serem executadas.

Em diversos momentos, você encontra elementos gráficos que provocam pequenas interrupções na leitura do texto. Eles servem para chamar sua atenção para o que é importante; esclarecer algo ou sugerir leitura complementar ou fazer uma reflexão.

Após esta breve apresentação, você encontra o capítulo **Uso básico do Graph**, onde mostro como inserir funções, fazer ajuste dos eixos e do plano cartesiano, trabalhar com arquivos e gerar imagens dos gráficos. O capítulo é encerrado com alguns exercícios.

No outro capítulo, **Indo um pouquinho além**, apresento recursos que fogem do uso básico, mas que não considero avançados: inserir pontos no plano cartesiano, fazer ajuste de curvas (inserir a linha de tendência), gerar

planilha preenchida a partir de funções, usar o Graph para fazer cálculos, calcular áreas sobre curvas e sombrear áreas de interseção entre funções. O capítulo também se encerra com alguns exercícios.

Após breve despedida no capítulo **Encerramento**, apresento a resolução dos exercícios dos dois capítulos em outro, **Resolução dos exercícios**.

AGRADECIMENTOS

Quero aproveitar a oportunidade e agradecer ao Ivan Johansen e à sua equipe que nos presentaram com o Graph.

Sempre que possível, tenho utilizado *softwares* gratuitos. E na construção deste guia não foi diferente. Os textos foram digitados e diagramados no programa LibreOffice Write (https://pt-br.libreoffice.org) e as imagens das telas e gráficos foram trabalhadas no programa PhotoFiltre Studio 7 (http://www.photofiltre-studio.com/pf7-en.htm). Por isso, agradeço às equipes desses programas por torná-los mais acessíveis aos profissionais da área de educação, mais especificamente aos professores, recursos tão úteis e de tanta qualidade.

USO BÁSICO DO GRAPH

De maneira geral tenho utilizado *software* com três objetivo: (1) produzir materiais didáticos; (2) aprender; e (3) ensinar. Em minha opinião, o Graph é importante nessas três perspectivas.

Em diversas situações tenho utilizado o programa para gerar imagens que ilustram apostilas, trabalhos e provas. Não são raras as situações que recorro a ele para tirar alguma dúvida matemática, além de já ter utilizado o Graph para explicar variados conteúdos matemáticos e aproveitar seu potencial em tarefas exploratório-investigativas com meus alunos.

Neste capítulo, caro leitor, você vai conhecer os recursos. Porém, como você pode ver, é possível aproveitá-lo em diversas situações.

DOWNLOAD E INSTALAÇÃO

Como foi informado, a página oficial do Graph na Internet é http://www.padowan.dk. Além de diversas informações relacionadas ao programa – como o código fonte, para ser alterado – é nela que se pode obter o programa de instalação. A imagem a seguir ilustra a página de *download*.

Graph
Plotting of mathematical functions

Main Forum Download Documentation Donate

Download

Use the link below to download Graph. Graph is open source and distributed under the GNU General Public License (GPL), which means that you may use it freely and give it to whomever you like.

SetupGraph-4.4.2.exe (9.6 MB)

Older versions and the source code for Graph is available from SourceForge.

Página de *download* do Graph, no site http://www.padowan.dk

Como se sabe que a Internet é muito dinâmica e suas páginas podem ser atualizadas, passando a ter outra aparência. Caso isso aconteça, procure pela informação desejada – *download*.

Neste exemplo, para fazer o *download*, basta clicar sobre o *link* **SetupGraph-4.4.2.exe (9.6 MB)**. O processo de salvar o arquivo no computador depende do sistema operacional utilizando.

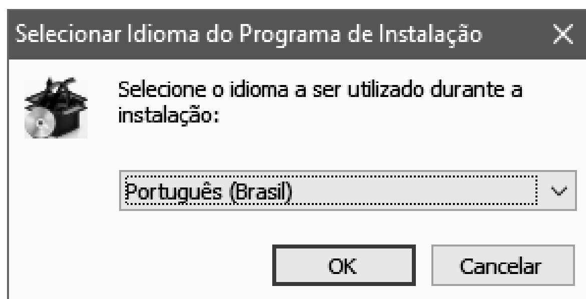
Terminado o *download*, dê um clique duplo sobre o arquivo que foi salvo. Esse procedimento executa o *assistente de instalação*, que vai conduzindo nas diversas opções de instalação do Graph. Apresento, a seguir, a sequência de telas que se sucedem para a instalação do programa. Normalmente, as opções padrões atendem à maioria dos usuários, exigindo-se pouca ou nenhuma alteração.

ATENÇÃO



A sequência de telas para a instalação é baseada no Graph versão 4.4.2, mas, se a versão do programa que você está instalando for outra, ela pode ser alterada. Apesar disso, pode-se usá-la como referência.

A primeira janela é de ***Seleção do idioma***. A opção padrão é detectada de acordo com o sistema operacional. Como o meu é em português do Brasil, ele já assumiu esse idioma. Para prosseguir, basta clicar no botão **Ok**.



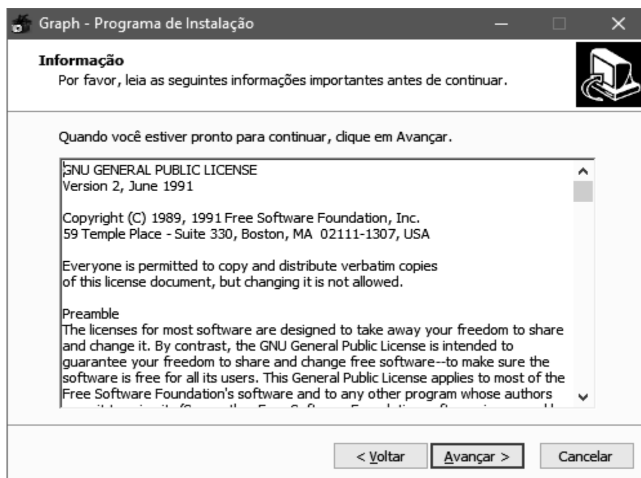
Janela ***Seleção de idioma***

A janela seguinte é ***Boas vindas***. Nela você encontra informações e recomendações sobre o processo de instalação do programa. Observe que o texto está apresentado no idioma selecionado na janela anterior (***Seleção de idioma***). Para prosseguir, clique no botão **Avançar**.



Janela ***Boas vindas***

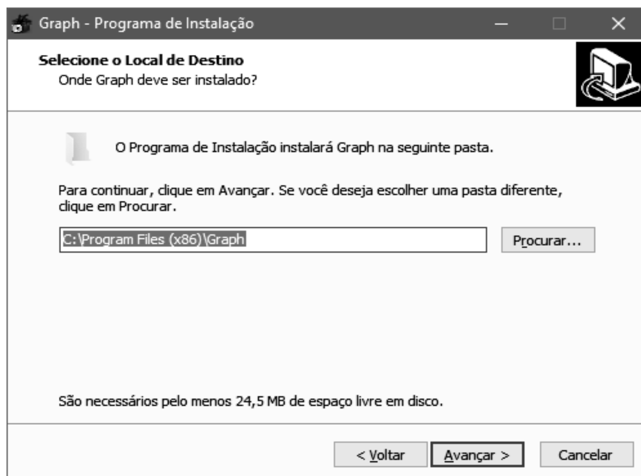
Segue-se a janela ***Informações da licença do software***. Como não há opções de configuração, clique no botão **Avançar**.



Janela ***Informações da licença do software***

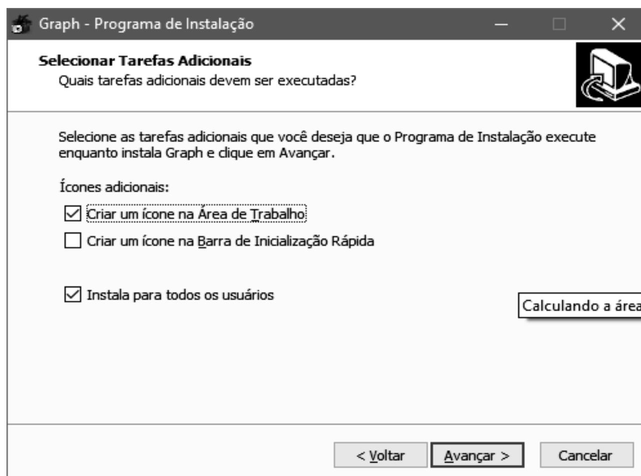
A próxima janela é ***Pasta de instalação do programa***. Normalmente, o sistema operacional indica onde a instalação deve ser feita. Se você não tem

restrições quanto à pasta indicada é recomendável aceitar a pasta padrão. Para prosseguir, clique no botão **Avançar**.



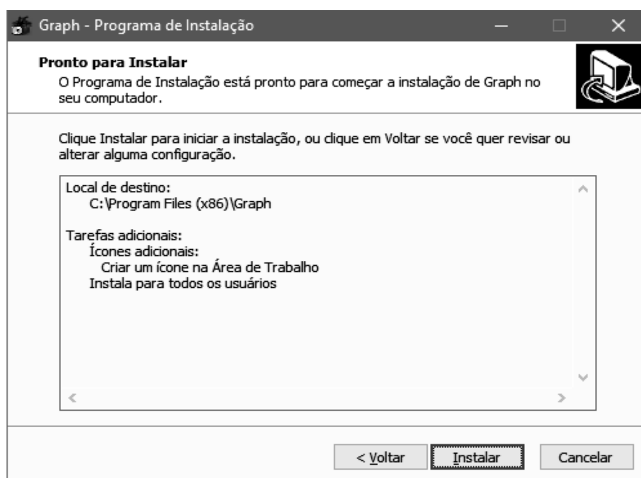
Janela ***Pasta de instalação do programa***

Na janela ***Ações adicionais***, a seguir, você deve escolher que ações, além da instalação, o assistente deve executar. A sugestão é que você deixe marcadas as opções *Criar um ícone na área de trabalho*, que, como o texto indica, criar um ícone para o Graph na área de trabalho do sistema operacional, facilitando a forma de executar o programa; e *Instala para todos os usuários*, que disponibiliza o acesso do Graph para os usuários que têm conta de acesso no seu computador. Para prosseguir, clique no botão **Avançar**.



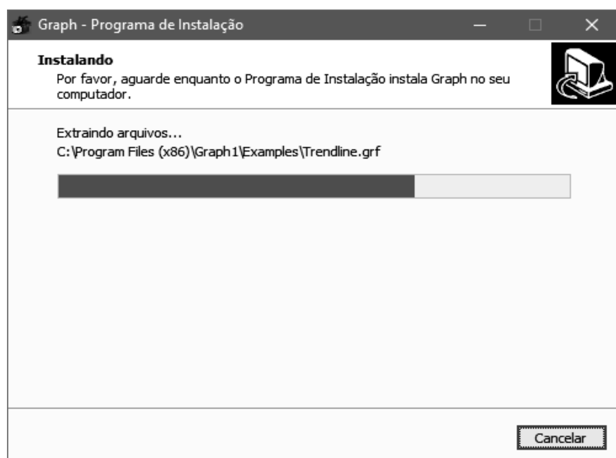
Janela ***Ações adicionais***

A próxima janela traz um resumo da instalação do Graph, de acordo com as opções feitas até este momento. Havendo necessidade de alterar alguma delas, pode-se usar o botão **Voltar**, para retornar à janela onde está a opção a ser alterada. Não havendo, clique no botão **Instalar**.



Janela ***Informações da instalação***

Segue-se a janela que indica, por meio de um gráfico, o andamento da instalação do programa. Aguarde o término da instalação.



Janela de ***Progresso da instalação***.

A última janela é ***Finalização da instalação***. Nela você tem a mensagem do término do processo. Marcando a opção *Executar Graph*, conclui-se, quando você clicar no botão **Concluir**, o processo de instalação e o programa é executado, automaticamente, em seguida.



Janela de ***Finalização da instalação***.

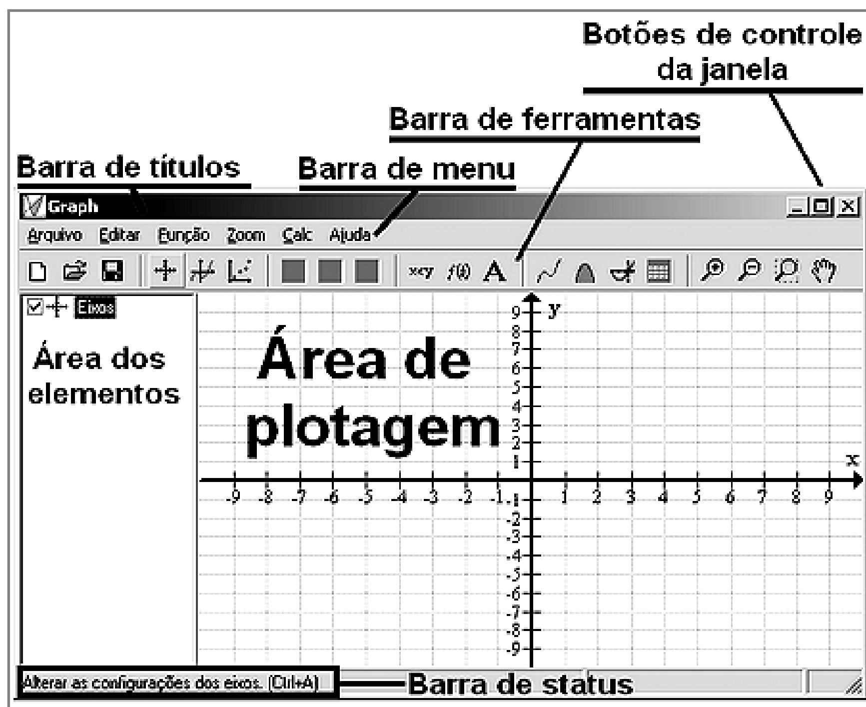
A INTERFACE DO GRAPH

Após iniciar o programa Graph, compare a sua tela com a figura a seguir, localizando cada área identificada.

ATENÇÃO



Pode ser que a aparência da sua tela seja diferente, mas os elementos que vou destacar estão presentes. Mais à frente se mostra como alterar a aparência da *Área de plotagem*.



Algumas dessas áreas são comuns a diversos programas do sistema operacional Windows, porém outras são novas. Por isso, todas vão ser explicadas.

Barra de menu: Contém todos os recursos disponíveis no programa, acessíveis por meio dos diversos menus, que podem ser ativados clicando-se sobre o nome. Por exemplo o menu **Arquivo**.

Barra de ferramentas: Apresenta, como botões, as ações usadas com mais frequência e tem por função agilizar a operação do programa.

Área de plotagem: É a área onde é desenhado o gráfico.

Área de elementos: É a área onde aparecem os elementos que permitem, por exemplo, a construção do gráfico na área de plotagem, aparecendo também os demais recursos disponíveis no programa e usados no gráfico.

Barra de status ou de mensagem: É usada para passar uma mensagem sobre algum elemento do programa. Por exemplo: apontando-se com o ponteiro do *mouse* algum botão ou elemento importante, aparece uma mensagem ou instrução relativa a ele.

SAIBA MAIS!



Sobre a palavra plotagem destaca-se o seguinte:

“Ela origina-se do inglês (*plot*) que significa 'representar graficamente' e foi incorporada aos termos de informática no sentido de desenhar uma imagem” (Dicionário DIC Michaeles).

A CONFIGURAÇÃO DAS OPÇÕES DO GRAPH

A primeira configuração que se deve fazer no Graph são as configurações gerais para o programa. Para acessá-las, clique no menu **Editar**, opção **Opções**. Quero destacar dois campos.

O primeiro campo é *Idioma*, que permite alterar a configuração que foi feita na instalação. O segundo é *Separador de decimais personalizado*, que permite alterar o padrão de "." (ponto) para "," (vírgula). Se for mantido o padrão, todos os valores decimais devem usar ".".

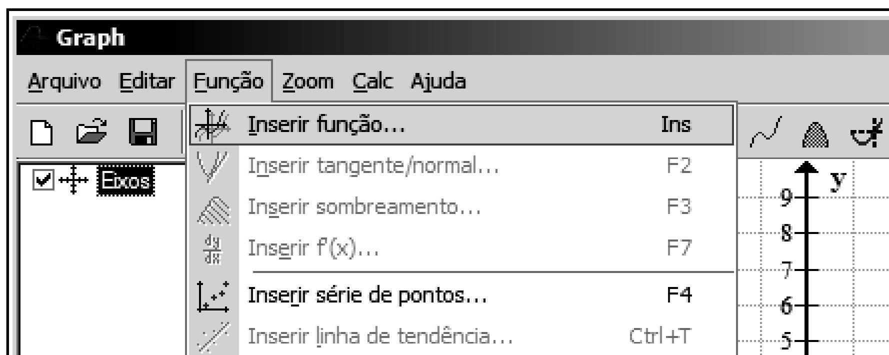
Essas configurações podem ser testadas e alteradas conforme a necessidade de uso do programa.



GERANDO GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO

Pode-se inserir uma função no Graph de três modos:

a) menu **Função,** opção **Inserir função**;



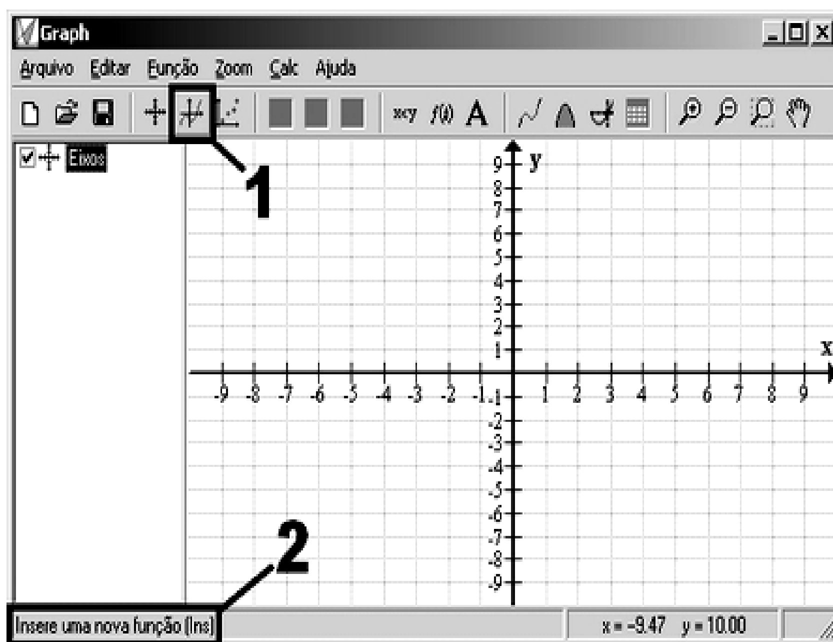
b) tecla de atalho **INS** (**Insert**);

c) botão **Inserir função**  na *Barra de ferramentas*.

ATENÇÃO

Na figura a seguir, o botão **Inserir função** está indicado pelo destaque 1.

Na mesma figura, observa-se a indicação do destaque 2. É a mensagem referente ao botão **Inserir função**.



Para prosseguir, escolha uma das três formas indicadas para inserir a função. Observe que foi aberta nova janela: ***Inserir função***.

Essa janela contém **áreas** (*Função*, *Intervalo*, *Extremos*, *Legenda* e *Propriedades do gráfico*) e **campos** (Por exemplo: *Tipo de função*), que podem ser obrigatórios ou opcionais.

Campo *Tipo de função***:** Permite escolher o tipo de função a ser plotada. As opções são *Função padrão*, *Função paramétrica* e *Função polar.* Como vamos trabalhar apenas com funções reais, é selecionada *Função padrão*.

Campo *f(x)=***:** Está na área *Função*, sendo o local em que se digita a função a ser trabalhada. É de preenchimento obrigatório.

Campos *De***,** *A* **e** *Passos***:** Estão na área *Intervalo* e permitem informar o valor inicial de *x* (campo *De*), o valor final de *x* (campo *A*) e o valor do incremento (campo *Passo*). São campos opcionais.

Campos *Início* **e** *Fim***:** Estão na área *Extremos* e permitem inserir os símbolos que representam os extremos do intervalo do gráfico. São opcionais.

Campo *Descrição***:** Está na área *Legenda* e permite inserir algum rótulo ou legenda na função que está sendo trabalhada. É opcional. Não sendo informado, aparece na área *Elementos*, a função digitada. Mas, sendo digitado algum texto, este a substitui.

Campos *Estilo de linha***,** *Tipo***,** *Cor* **e** *Largura***:** Estão na área *Propriedades do gráfico*. São opcionais. Ajudam a tornar o gráfico mais claro e permitem que se altere o estilo da linha do gráfico (*contínuo*, *tracejado*, *pontilhado* etc.), o tipo (*automático*, *linha* ou *ponto*), a cor e a largura ou espessura da linha.

ATENÇÃO



Antes de digitar qualquer função matemática no Graph, é importante destacar dois itens.

<u>Primeiro:</u> O programa trabalha com função e não com equação. Por isso, digitando-se algo como ***x+y=2*** , aparece uma mensagem de erro do programa por se tratar de equação. Para plotar o gráfico, é preciso transformar a equação em função. No exemplo, ***y=2-x***.

<u>Segundo:</u> Para digitar a função, é necessário observar algumas notações, ou seja, a forma correta como o programa vai entender e interpretar o que se deseja. Por exemplo:

- x^2 (deve-se digitar x^2);
- 4x (não é necessário notação especial, mas pode-se usar 4*x)

Exemplo de um exercício simples:

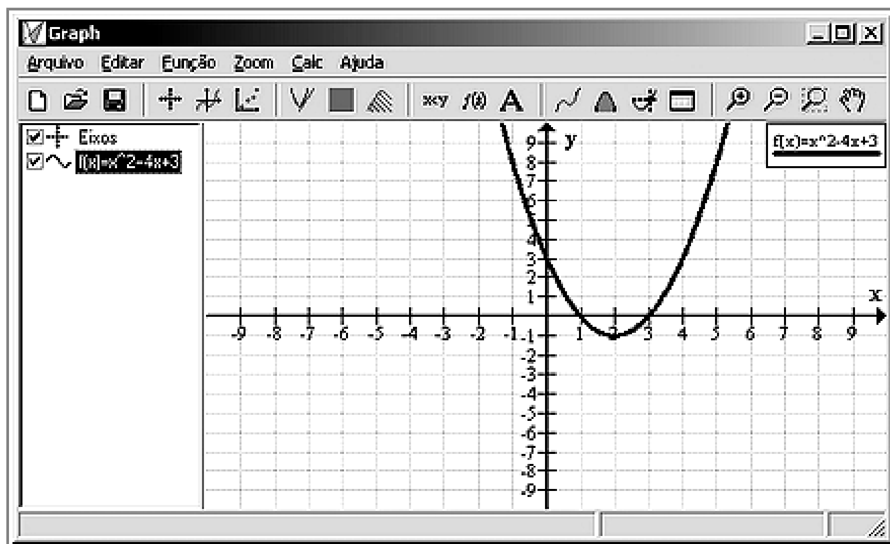
1. Abrir a janela ***Inserir função*** usando uma das formas indicadas (menu **Função**, opção **Inserir função**, tecla de atalho **INS** ou botão **Inserir função** na *Barra de ferramentas*).

2. Selecionar, no campo *Tipo de função*, a opção *Função padrão y=f(x)*.

3. Digitar, no campo *f(x)*, a função ***y=x² - 4x + 3*** (digitar, sem espaço entre os elementos, ***x^2 - 4x + 3***).

4. Clicar no botão **Ok**.

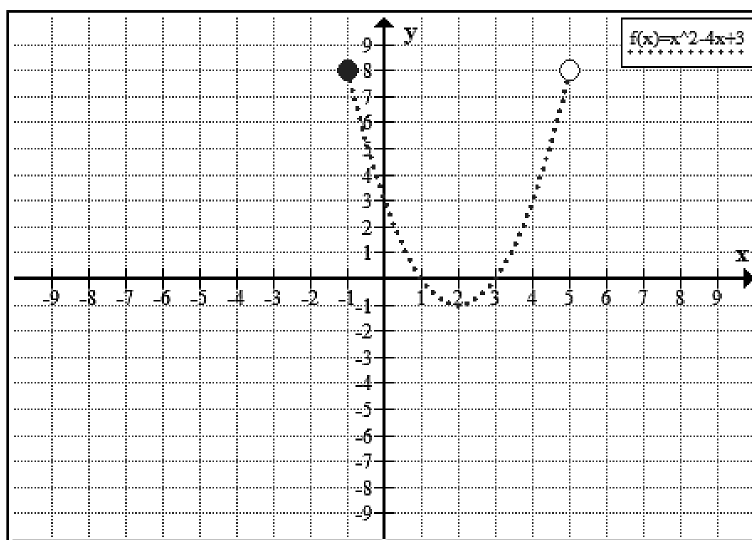
O resultado desses passos deve parecer com a figura apresentada a seguir.



ALTERANDO A FUNÇÃO DIGITADA E SUAS PROPRIEDADES

Após digitar a função a ser plotada, pode-se alterá-la ou suas propriedades, dando um clique duplo sobre ela na *Área de elementos,* ou usar o menu *Função*, opção *Editar.*

Antes de continuar a leitura, volte à janela ***Inserir funções*** e explore os demais campos, observando o resultado no gráfico plotado. Como exercício, tente alterar seu gráfico para que ele se pareça com a figura a seguir.



Observe que foram alterados (a) a *variação do argumento* – de -1 a 5; (b) os símbolos dos *Extremos – início* e *fim*; (c) o *Estilo da linha* – pontilhada.

Lembre-se de confirmar as alterações, dando um clique no botão **Ok**.

PROPRIEDADES DOS EIXOS X E Y E OUTRAS CONFIGURAÇÕES

Você deve ter percebido que, no gráfico gerado, existe uma série de informações importantes, como os valores do *eixo x*, os valores do *eixo y* e a escala usada nesses eixos. A alteração desses valores mudam a aparência do gráfico gerado, podendo torná-lo mais legível. Eles podem ser alterados na janela ***Alterar eixos***.

Para acessar essa janela, podem-se usar três formas: (1) menu **Editar**, opção **Eixos**; (2) tecla de atalho: **crtl+a**; (3) botão **Alterar as configurações dos eixos**, na *Barra de ferramentas*.

ATENÇÃO



A janela possui quatro abas ou guias:

- **eixo-x** e **eixo-y,** que possuem os mesmos campos, sendo uma aba para o eixo ***x*** e outra para o eixo ***y;***
- **Configurações**, que permite alterar diversos campos relacionados à aparência geral do gráfico;
- **Fonte e cor**, que permite alterar as configurações relacionadas à fonte (tipo da letra, o tamanho e a cor) usadas nos rótulos, nos números dos eixos e na legenda e à cor de fundo da área de plotagem, das linhas dos eixos e das linhas da.grade.

Cada uma dessas configurações vai ser retomada.

GUIAS EIXO-X E EIXO-Y

Observe a figura a seguir, que apresenta a guia **eixo-x**, referência já feita. Acompanhe a caracterização dos elementos.

Campos *Mínimo* **e** *Máximo***:** Constituem os campos em que se determinam os valores extremos para o eixo.

Campos *Auto marcas* **e** *Unidade de marca***:** A marcação do primeiro, apresenta a escala automática para a sua função. Se não estiver marcado, pode-se digitar valor no campo *Unidade de marca*. Se for digitado o valor 1, a escala do eixo é de uma em uma unidade. Se for digitado o valor 2, a escala do eixo é de duas em duas unidades. E assim por diante. Na maioria das vezes, informar a unidade de marca permite um melhor ajuste da escala do eixo.

Campo *Mostrar marcas***:** A marcação indica a exibição de marca na unidade definida para o eixo. Mesmo se não houver marcação, os valores da escala do eixo continuam aparecendo.

Campos *Auto grade* **e** *Unidade de grade***:** Se estiver marcado, é atribuído um valor automático para o intervalo das linhas de grade. Se não estiver marcado, pode-se informar o valor da escala da grade para o eixo. Normalmente, os valores da grade são os mesmos definidos no campo *Unidade de marcas*.

Campo *Mostrar grade***:** A marcação faz mostrar a grade.

Campo *Rótulo***:** A marcação indica que o conteúdo do campo é exibido sobre o extremo do eixo (no caso do eixo *x*, à direita; no caso do eixo y, no topo). Esse campo torna-se importante quando o gráfico relaciona unidades específicas, como distância *x* tempo.

Campo *Mostrar números***:** Permite que os números das marcas sejam exibidos.

Campo *Mostrar como múltiplos de pi***:** Permite que os valores do eixo são mostrados como múltiplos de *pi* (π).

Campo *O eixo-x cruza em y=***:** É o valor definido para o ponto onde o eixo *x* cruza o eixo *y*. Se estiver na guia do eixo y, a opção é o contrário, ou seja, onde o eixo do *y* cruza o eixo *x*.

Campo *Salvar como padrão***:** É usado como configuração padrão, ou seja, todos os gráficos que são feitos têm esses valores para o eixo.

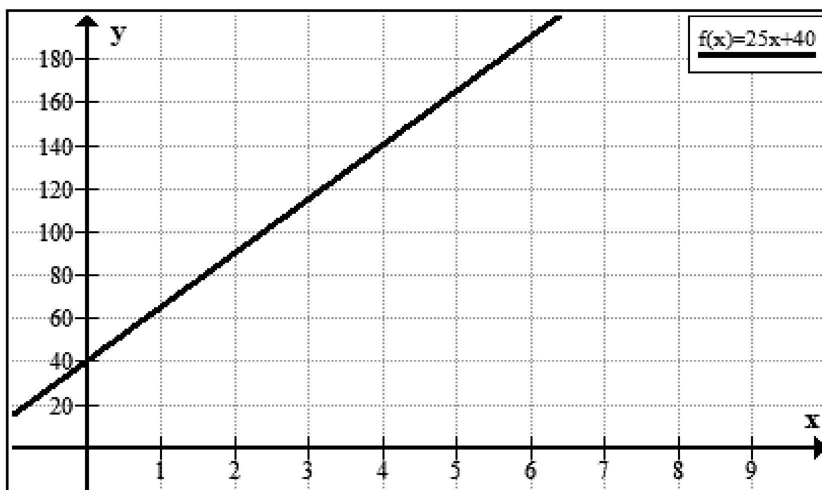
ATENÇÃO



Um dos erros mais comuns no uso do Graph é o ajuste dos valores dos eixos. Essas propriedades permitem ajuste individual dos eixos aos valores que são apresentados no gráfico. Muitas vezes as unidades usadas não são as mesmas para ambos os eixos. A seguir, apresentam-se alguns exemplos.

Exemplo 1

A função ***f(x)=25x+40*** expressa a distância percorrida por um veículo que se desloca a uma velocidade constante de 25 m/s e que teve o tempo marcado depois de ter percorrido 40 metros.



Para o gráfico, os valores usados são:

Eixo x:	**Eixo y:**
Mínimo: -1	Mínimo: -20
Máximo: 10	Máximo: 190
Unid. de marca: 1	Unid. de marca: 20
Unid. de grade: 1	Unid. de grade: 20

Aproveita-se este exemplo para chamar a atenção para outros detalhes. Dificilmente a representação da função deste enunciado seria ***f(x)=25x+40***. O mais provável seria ***d=25t+40*** , onde a variável ***d*** representa a distância,

em metro, e a variável ***t*** representa o tempo, em segundos. Porém, o Graph não aceitaria a digitação dessas variáveis no campo *f(x)=*, da área *Função*.

Então, no caso, é preciso:

1. Considerar a variável dependente ***d*** como ***y*** ou ***f(x)*** e a variável independente ***t*** como ***x***. Assim, a digitação da função no campo *f(x)=*, é ***25x+40***.

2. Alterar, na janela ***Alterar eixo***, guia **eixo-x**, o rótulo do *eixo x* para ***t (segundos)***.

Editar eixos

eixo-x | eixo-y | Configurações | Fonte e cor

Mínimo: -1 — Rótulo: t (segundos)

Máximo: 10 — O eixo-x cruza em y= 0

Unid. Marca: 1 — Auto marcas — Mostrar marcas

Unid. Grade: 1 — Auto grade — Mostrar grade

Escala Logarítmica

Mostrar números — Mostrar como múltiplos de π

Salvar como padrão — OK — Cancelar — Ajuda

3. Alterar, na janela ***Alterar eixo***, guia **eixo-y**, o rótulo do *eixo y* para ***d (metros)***.

Editar eixos

eixo-x | eixo-y | Configurações | Fonte e cor

Mínimo: -20 — Rótulo: d (metros)

Máximo: 200 — O eixo-y cruza em x= 0

Unid. Marca: 20 — Auto marcas — Mostrar marcas

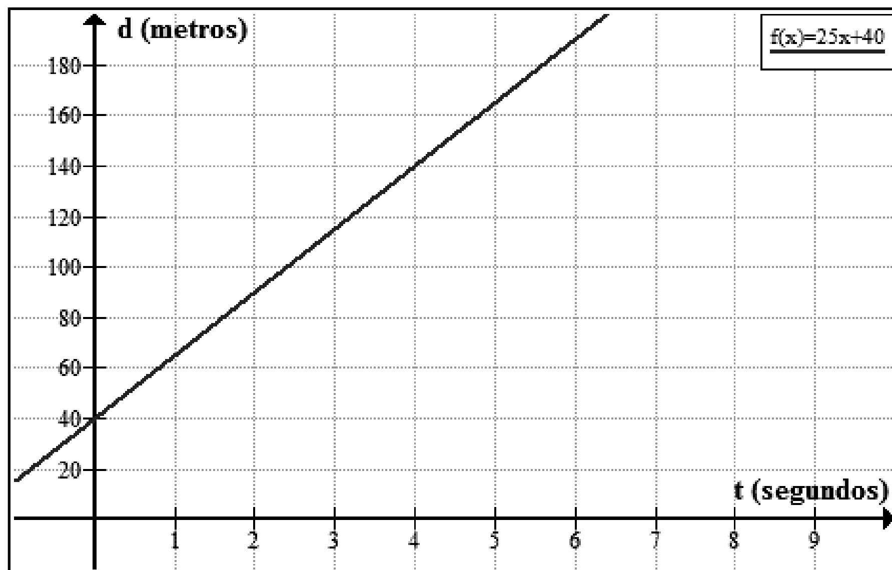
Unid. Grade: 20 — Auto grade — Mostrar grade

Escala Logarítmica

Mostrar números — Mostrar como múltiplos de π

Salvar como padrão — OK — Cancelar — Ajuda

Com essas alterações o gráfico deve ser semelhante à figura citada a seguir.



ATENÇÃO

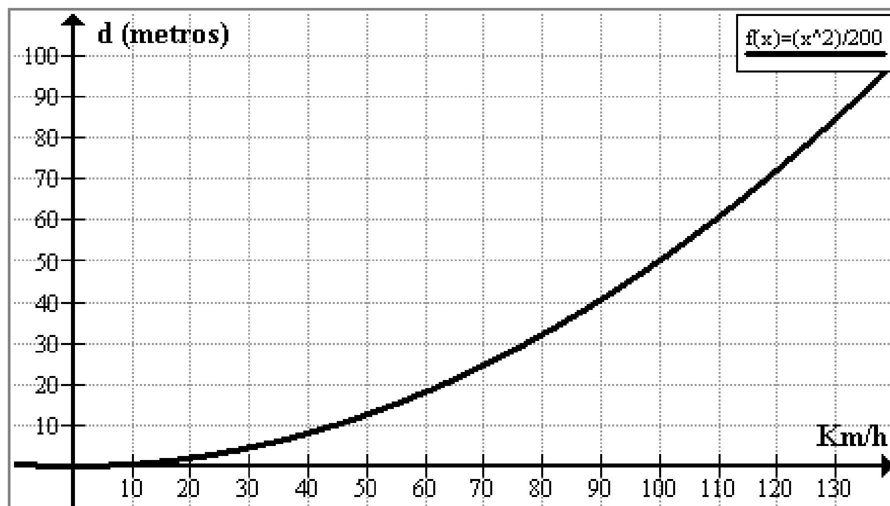


No próximo exemplo, o enunciado para a geração do gráfico usa variáveis específicas – ***d*** para distância e ***v*** para velocidade. Portanto são necessárias alterações semelhantes às que foram feitas no exemplo anterior.

Caso haja dúvida, retorne ao exemplo 1 e refaça-o novamente.

Exemplo 2

Por testes apresentados pela revista Quatro Rodas, pode-se deduzir que o Fiat Uno tem a resposta de freagem representada pela função ***$d=(v^2)/200$***, em que **d** é a distância, em metros, necessária para o veículo parar estando a uma velocidade **v**, expressa em Km/h. Com base nesta função, gera-se o gráfico apresentado a seguir.



Para o gráfico apresentado, as propriedades dos eixos são:

Eixo *x*	**Eixo *y***
Mínimo: -10	Mínimo: -10
Máximo: 140	Máximo: 110
Unid. de marca: 10	Unid. de marca: 10
Unid. de grade: 10	Unid. de grade: 10

GUIAS CONFIGURAÇÕES E FONTE E COR

Além das duas guias relacionadas aos eixos, existem as guias: **Configurações** e **Fonte e cor**.

A guia **Configurações** está representada na figura a seguir.



Na guia **Configurações** estão opções sobre a apresentação da área de plotagem e do gráfico, de que se apresentam a caracterização.

Campo *Título*: Permite a inclusão de um título na área de plotagem.

Campos *Mostrar legenda* e opções para *Posição da legenda*: A marcação do primeiro permite escolher a posição em que a legenda aparece na área de plotagem. A legenda é a informação sobre a(s) função(ões) plotadas.

Opções para *Estilo eixo*: Permitem configurar o plano cartesiano em conformidade com os dados que geraram o gráfico. O estilo mais comum é o *Cruzado*.

Opções para ***Trigonometria*****:** Apresentam o tipo de valores utilizados no eixo *x* - graus ou radianos, quando se está trabalha com valores trigonométricos.

Campo ***Calcular com complexo*****:** Mostra os valores do eixo como múltiplos de *pi* (π).

Campo ***Salvar como padrão*****:** Indica que o Graph passará a usar esta configuração como padrão, ou seja, todos os gráficos são feitos têm esses valores para o eixo.

A guia **Fonte e cor** permite a configuração do tipo da fonte (arial, times new roman etc), o tamanho da fonte (8 pts, 10 pts etc) e os estilo para a fonte (normal, negrito, itálico ou a combinação de alguns deles) para o rótulo, os números nos eixos e a legenda. Permite também alterar a cor do plano de fundo da área de plotagem, a cor dos eixos e a cor da grade.

O uso desta guia é simples e direto:



USANDO FUNÇÕES PRÉ-DEFINIDAS DO GRAPH

Na construção das funções para plotagem de gráficos é possível observar que o Graph utiliza uma "simbologia matemática própria" que não é tão própria, pois diversos outros programas matemáticos também a utilizam. É o caso do uso do circunflexo "^" para representar a potência, substituindo, por exemplo, x^3 por x^3.

Em muitas situações, algumas até simples, não ocorre apenas substituição simbólica, sendo preciso recorrer às funções pré-definidas. Um exemplo é expressar a "raiz quadrada" de um número. Normalmente, se usa o $\sqrt{\ }$ para indicar, mas no Graph usa-se a função sqrt(). Por exemplo:

$\sqrt{x}$	sqrt(x)	Raiz quadrada de ***x***
$\sqrt[3]{x}$	root(3,x)	Raiz cúbica de ***x***
$\lvert x \rvert$	abs(x)	Módulo de ***x***
sen x	sin(x)	Seno de ***x***
cos x	cos(x)	Cosseno de ***x***
tg x	tan(x)	Tangente de ***x***

No menu **Ajuda**, opção **Lista de funções** está a relação com descrição e exemplos de uso das diversas funções disponíveis no Graph.

ATENÇÃO



Existem funções bem complexas no Graph, que lhe permitem acessar recursos avançados. Mas, no momento, o objetivo é usar o programa de forma mais simples.

TRABALHANDO COM ARQUIVO

Um dos recursos mais importante na informática é transformar em arquivo o trabalho executado. Dessa forma, pode-se fazer o trabalho parcialmente e depois concluí-lo ou usá-lo em nova ocasião.

O arquivo proprietário ou de trabalho do Graph tem a extensão GRF. Uma vez salvo o trabalho nesse padrão, você pode abri-lo novamente e continuar trabalhando com ele.

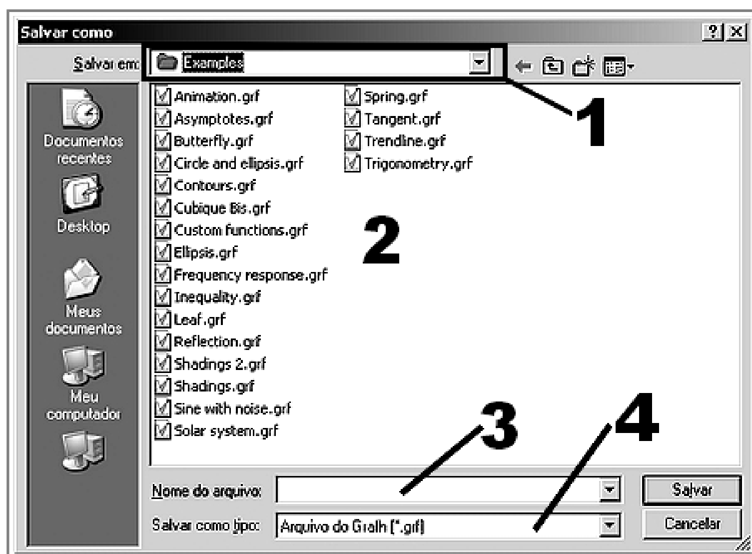
Além dessa forma de trabalho com arquivo, é possível exportar o trabalho executado como uma imagem, uma figura, que pode ser visualizada em qualquer editor de imagem, na internet ou na ilustração de um texto, por exemplo.

SALVANDO EM ARQUIVO

São três os modos de salvar um arquivo:

- menu **Arquivo**, opção **Salvar**;
- tecla de atalho **crtl+s**;
- botão **Grava o sistema de coordenadas e as funções em um arquivo**, na *Barra de ferramentas*.

Após a escolha do modo de salvar arquivos, aparece a janela ***Salvar como***.



Com base na figura, indica-se a área numerada, a identificação e a função.

Área 1 – Salvar em: Neste campo se seleciona o local para salvar o arquivo, escolhendo a unidade de disco e a pasta ou diretório. Para mudar de unidade ou pasta, clique na seta para baixo e escolha outro local.

Área 2 – Arquivos: Após a seleção do local onde o arquivo vai ser salvo, o sistema operacional mostra os arquivos do mesmo tipo existentes. Os nomes desses arquivos aparecem na área 2

Área 3 – Nome do arquivo: Neste campo se deve informar o nome que identifica o arquivo do trabalho.

Área 4 – Salvar com o tipo: Neste campo, quando o programa permite, pode-se alterar o tipo do arquivo, mas, neste trabalho, só se pode usar o tipo GRF, próprio do Graph.

Para trabalhos feitos em computador de outra pessoa, os arquivos podem ser salvos em *pendrive*, evitando-se, pois, que fiquem no HD do computador e sejam apagados.

CARREGANDO ARQUIVO

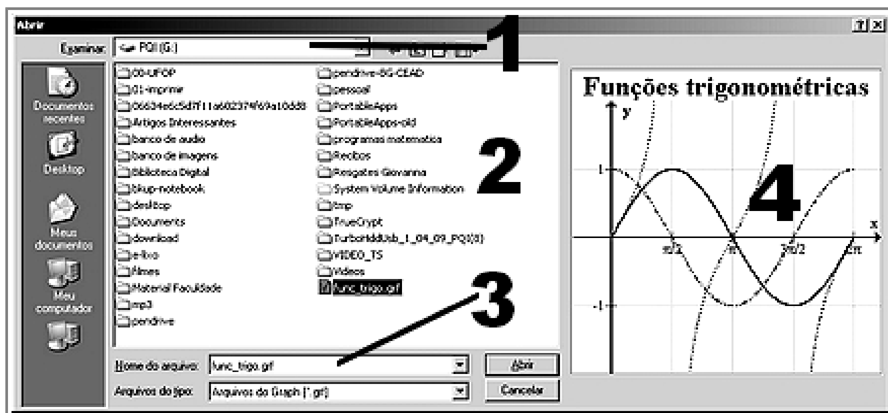
É o processo inverso em relação ao anterior. Depois de salvo o arquivo e desligado o computador, é preciso dar continuidade ao trabalho e usar novamente o gráfico. A ação é carregar ou abrir o arquivo.

São três modos de fazê-la:

- menu **Arquivo**, opção **Abrir**;
- tecla de atalho **crtl+o**;
- botão **Lê o sistema de coordenadas e as funções a partir de um arquivo**, na *Barra de ferramentas*.

A seguir, apresenta-se um roteiro básico para abrir um arquivo no Graph.

1. Escolher uma das formas para abrir o arquivo. A janela ***Abrir***, apresentada a seguir, é muito semelhante à janela ***Salvar como***



2. Selecionar, no campo **Examinar** (área 1 na figura), a unidade de armazenamento e a pasta onde o arquivo desejado está salvo.

3. Localizar o arquivo desejado (área 2 na figura) e dar um clique sobre ele. Ao fazer isso, o nome aparece no campo **Nome do arquivo** (área 3 na figura) e uma prévia do conteúdo aparece à direita da janela (área 4 na figura).

4. Clicar no botão **Abrir**.

ATENÇÃO



Esta janela pode ter a aparência modificada, de acordo com a versão do sistema operacional.

SALVANDO O GRÁFICO COMO IMAGEM

Como professor de Matemática, você pode ter de ilustrar uma prova, uma apostila ou qualquer outro texto matemático com o gráfico de função.

O Graph tem uma opção que é transformar o trabalho em arquivo de imagem, que pode ser utilizado em qualquer editor de texto ou em outro programa.

São duas formas para executar a tarefa:

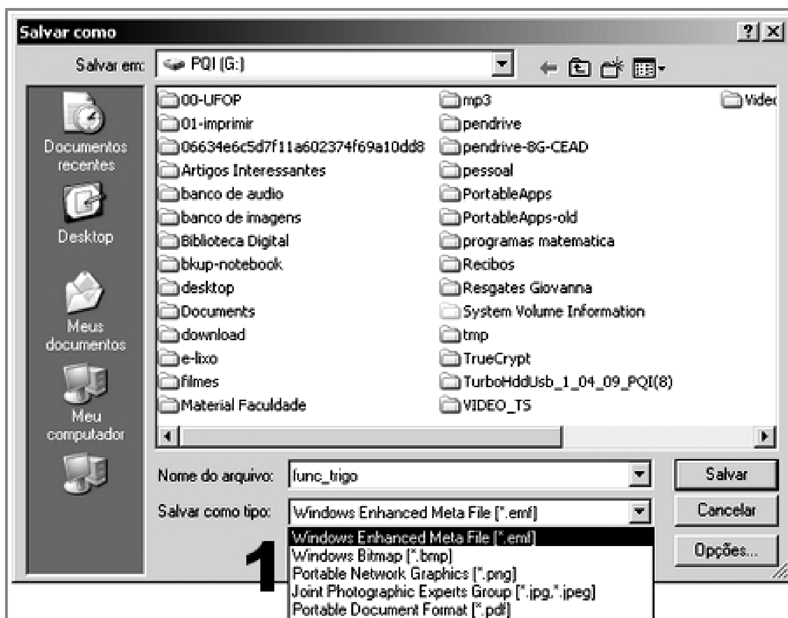
- menu **Arquivo**, opção **Salvar como imagem**;
- tecla de atalho **crtl+b**.

A janela que aparece, após executar a ação por meio de uma das opções anteriores, é muito semelhante à janela ***Salvar como***. O único ponto que merece atenção maior é o tipo do arquivo.

Todos os tipos de arquivos que aparecem como opção no campo *Tipo de arquivo* são aceitos pela maioria dos programas que trabalham com

imagem, sejam eles editores de imagem ou editores de textos que usam as imagens como ilustrações.

A sugestão é que se use o padrão **JPG** ou **PNG**, porém vale ressaltar que essa opção deve também levar em conta o objetivo da imagem que se está gerando.



A seguir, apresenta-se o roteiro para salvar o gráfico como uma figura.

1. Abrir a janela ***Salvar como imagem*** (menu **Arquivo**, opção **Salvar como imagem** ou tecla de atalho **ctrl+b**).

2. Selecionar, na área **Salvar em** da janela ***Salvar como***, a unidade de armazenamento e a pasta onde a imagem deve ser salva.

3. Digitar, no campo **Nome do arquivo**, o nome que identifica o arquivo da imagem.

4. Selecionar, no campo **Salvar com o tipo**, o tipo de arquivo. A sugestão é o ***Joint Photographic Experts Group*** (**JPG** ou **JPEG**) ou o ***Portable Network Graphics*** (**PNG**).

5. Clicar no botão **Salvar**.

ATENÇÃO



ISSO É MUITO IMPORTANTE!

É comum as pessoas gerarem imagens muito grandes, para ilustrar trabalhos, e depois ajustarem o tamanho no editor de texto. Porém, a imagem pode perder a definição. Com isso, os valores dos eixos e outros elementos que compõem o gráfico ficam praticamente ilegíveis.

A dica é deixar a janela do Graph no modo restaurar (não maximizado) e ajustá-la para um tamanho próximo àquele de que se precisa, salvando depois a imagem.

(Página intencionalmente deixada em branco)

TAREFA



EXERCÍCIO 1

O objetivo deste exercício é permitir que você treine a inserção de funções. Não se preocupe em fazer os ajustes dos eixos do plano cartesiano. Após cada função, sugiro que salve o trabalho no formato GRF do Graph e exporte os gráficos como imagem nos formatos JPG e PNG.

a)	$f(x)=2x-3$	
b)	$f(x)=x^2+2$	

c)	$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x}-1$	
d)	$f(x)=5^{(x-3)}+1$	
e)	$f(x)=2x^{3}-5x-1$	

EXERCÍCIO 2

Neste exercício você vai plotar gráficos de sistemas. No Graph, para fazer isso, basta inserir mais de uma função em um mesmo plano cartesiano. Observe que em alguns exercícios há equações, o que exige uma transformação para ser plotada.

O objetivo é fazer o ajuste dos eixos. Por isso, faça com que seus gráficos estejam idênticos a estas figuras.

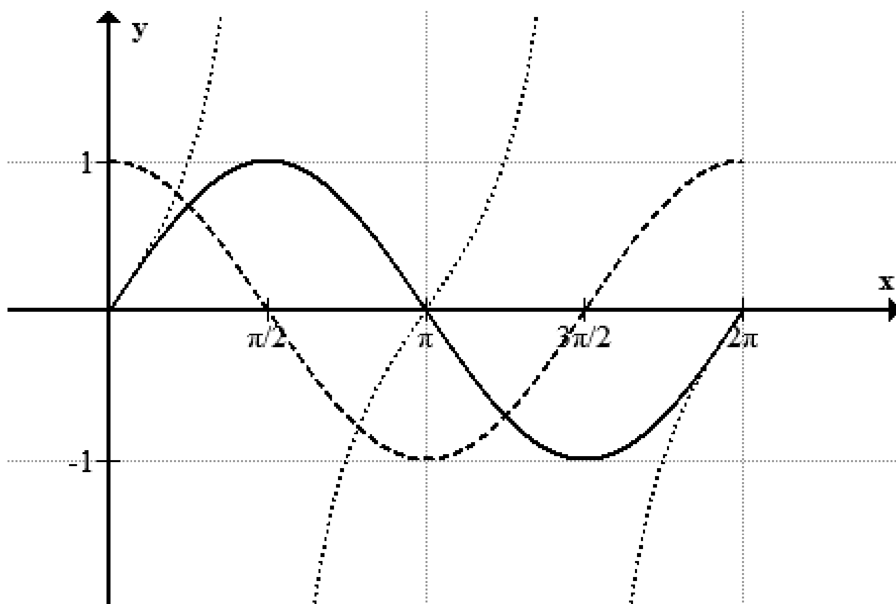
a)	$\begin{cases} y=2x-1 \\ y=-x+5 \end{cases}$	
b)	$\begin{cases} 3x-y=-5 \\ -x+y=3 \end{cases}$	

c)	$\begin{cases} x-y=-1 \\ 2x+y=-5 \end{cases}$	
d)	$\begin{cases} x-3y-9=0 \\ x+3y+3=0 \end{cases}$	

<u>Exercício baseado em</u> IEZZI, Gelson; et. al.. Matemática – 1ª Série. São Paulo: Atual, 1973, p.73.

EXERCÍCIO 3

O objetivo deste exercício é levá-lo a usar as funções trigonométricas e fazer os ajustes dos eixos dentro deste contexto.



ATENÇÃO



A resolução desses exercícios se encontra no capítulo **Resolução dos exercícios**.

(Página intencionalmente deixada em branco)

INDO UM POUQUINHO ALÉM

Você viu um uso básico do Graph: gerar gráfico a partir de uma função real, armazer e recuperar informações em arquivos e gerar arquivo de imagem a partir dos gráficos. Porém o Graph permite muito mais que isso.

Nesta segunda parte do livro, você vai ver alguns recursos que lhe permitem obter um gráfico mais elaborado para ilustrar textos, como uma prova, e para explorar atividades com os alunos. Mas realmente não se aprofunda muito nos recursos ditos avançados.

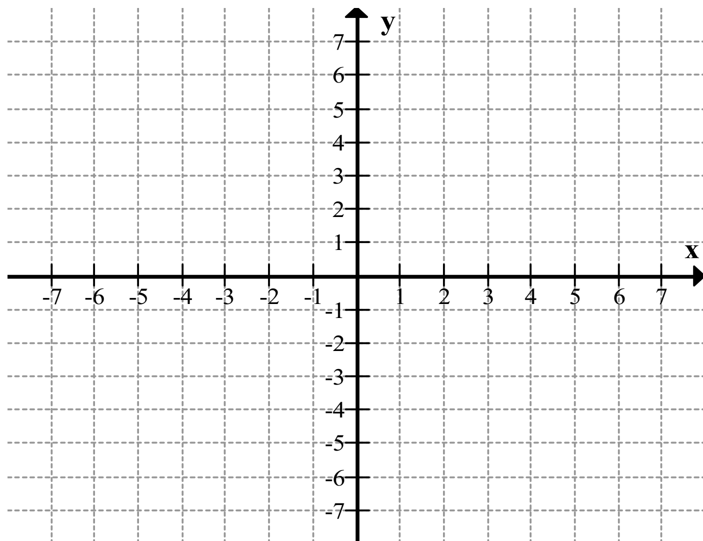
GERANDO IMAGEM DOS EIXOS DO PLANO CARTESIANO

Durante o período em que tenho trabalhado com o Graph, normalmente proponho aos cursistas criem imagens para ilustrar questões de prova. Algumas são aplicações diretas do que foi trabalhado enquanto outras são pequenas variações.

A questão a seguir é um exemplo do segundo tipo e que sempre os faz gastar um tempinho pensando.

Questão 01

Assinalar, no plano cartesiano dado, os pontos: ***A(2, -3)****;* ***B(0, 2)****; e,* ***C(1; -2)****.*



A imagem com o plano cartesiano *em branco* foi gerada apenas com os eixos do Graph, sem inserir qualquer função ou outro elemento. Pode-se ainda, de acordo com a intenção do professor, fazer ajustes dos valores de máximo e mínimo dos eixos e das unidades de marca e grade, conseguindo uma imagem bem adequada.

Uma situação também muito comum quando se trabalha o posicionamento dos pontos no plano cartesiano é gerar a imagem do plano cartesiano com os pontos e pedir aos alunos que identifiquem os pares ordenados. Esse tipo de imagem pode ser gerado com o que se vê no próximo tópico.

INSERINDO UMA SÉRIE DE PONTOS

Analise a seguinte situação:

Uma cidade concedeu isenção de impostos às fábricas que lá se instalassem. Diversas fábricas se mudaram para lá e a população começou a crescer muito depressa, desencadeando problemas de moradia, abastecimento de água e outros.

As informações a respeito desse crescimento foram compiladas nesta tabela.

Ponto	Ano	População
1	2001	10000
3	2003	15000
6	2006	25000
9	2009	40000

Para facilitar o entendimento, foi necessária a criação de um gráfico.

A situação pode ser aproveitada para fazer um gráfico usando o Graph. Observe que, no caso, não se tem uma função matemática, se precisa apenas de um gráfico no plano cartesiano.

Transformando-se os dados da tabela em um conjunto de pontos, os anos podem ser usados como valores para a variável x e a população, para a variável y.

Faz-se a inserção dos pontos no plano cartesiano.

Isso pode ser feito de três formas: (1) menu **Função**, opção **Inserir série de pontos**; (2) tecla de atalho **F4**; (3) botão **Inserir série de pontos**, na *Barra de ferramentas*.

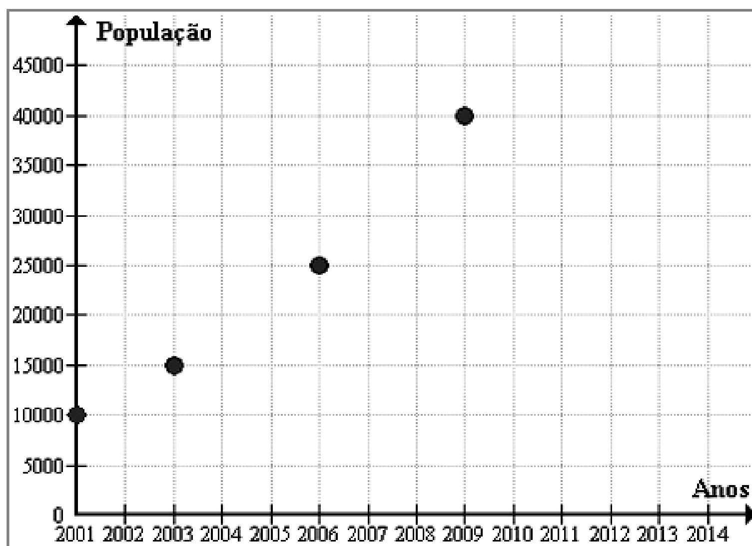
Executando uma dessas ações, o Graph abre a janela ***Inserir série de pontos***.

Além dos valores para as variáveis ***x*** e ***y***, vários parâmetros podem ser alterados para a exibição dos pontos, mudando-se as opções nos diversos campos da janela. Para este exemplo, mantêm-se as configurações padrão, que podem ser comparadas com a figura anterior.

Após a inserção dos valores da tabela, é necessário fazer o ajuste dos eixos. Considere a seguinte configuração:

- Para o ***eixo x***: (a) Mínimo: 2001; (b) Máximo: 2015 (c) Unid. de marcas e de grade: 1; (d) Rótulo: Anos;
- Para o ***eixo y***: (a) Mínimo: 0; (b) Máximo: 50.000; (c) Unid. de marcas e de grade: 5.000; (d) Rótulo: População;
- Para a configuração do gráfico, considere: (a) Estilo do eixo: caixa; (b); desmarque o campo Legenda.

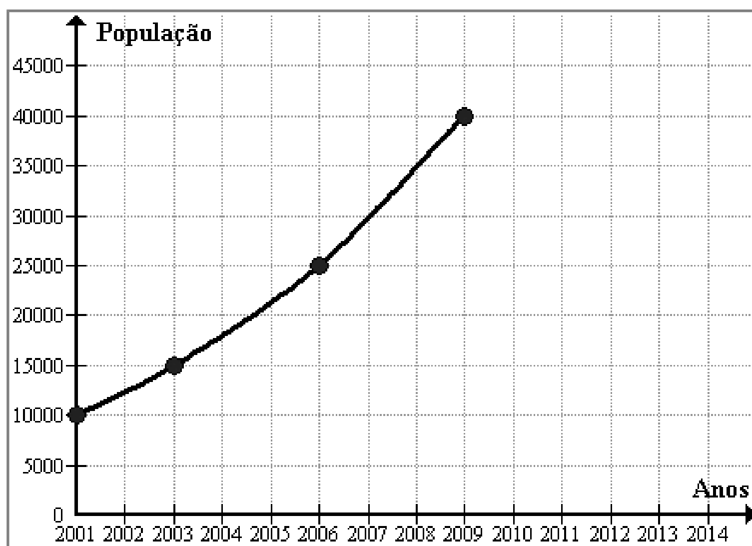
Seguindo essa configuração, o gráfico deve ficar semelhante à figura a seguir.



Para se alterar a série de pontos inserida ou para alterar as opções referentes à sua aparência, dê um **clique duplo** sobre o nome da série de pontos na *Área de elementos* ou dê **um clique** sobre o nome da série de pontos na *Área de elementos* e clique no menu **Função**, opção **Editar**.

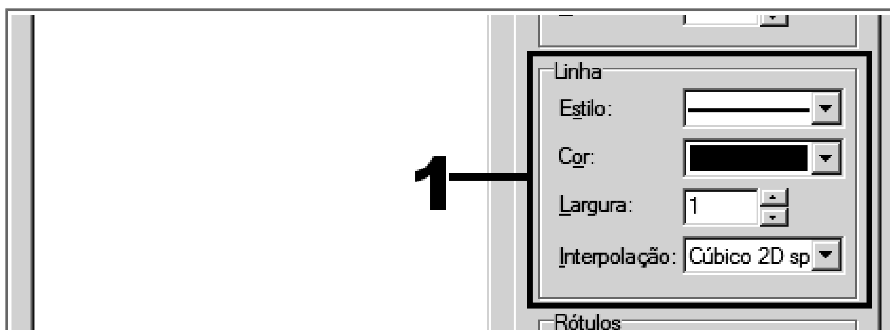
LIGANDO PONTOS DE UMA SÉRIE

Apesar de o gráfico gerado anteriormente (o plano cartesiano e os pontos) ajudar a ilustrar os dados da tabela, parece que os pontos estão soltos. Para mudar essa sensação, eles são unidos por segmentos de reta ou de curvas. Observe a figura a seguir, com os mesmos pontos, porém interligados.



Para fazer a alteração, edite a série de pontos e, na área *Linha* (destaque na figura a seguir), altere os parâmetros dos campos: (a) *Estilo da linha*; (b) *Largura da linha*; (c) *Interpolação*.

Observe que não existe regra para o tipo de interpolação a ser utilizada. A opção é definida pelo contexto.

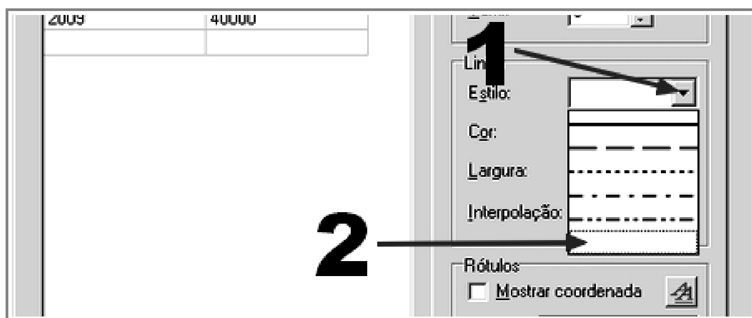


No exemplo citado, usar a interpolação linear, matematicamente falando, não faz sentido uma vez que o crescimento populacional nesses anos não é linear. Das opções, a que mais se aproxima é a *Cúbico 2D spline*.

FAZENDO O AJUSTE DE CURVA (LINHA DE TENDÊNCIA)

Usando o exemplo dado, imagine, que seja necessário fazer uma estimativa para os anos 2012 e 2015. Nesse caso, a opção viável é procurar uma curva que passe pelos pontos, achar uma função matemática compatível com essa curva e, usando essa função, calcular a população para os dois anos.

A primeira providência é retirar a linha que une os pontos da série. Para isso, edite a série de pontos e, na área **Linha**, no campo *Estilo***,** selecione o estilo em branco.



Pode-se fazer o ajuste de curvas de três formas: (1) menu **Função**, opção **Inserir linha de tendência**; (2) tecla de atalho **ctrl+t**; (3) botão **Inserir a curva que melhor se ajusta à série de pontos selecionada**, na *Barra de ferramentas*. Porém, antes de solicitar o ajuste de curvas, é necessário selecionar a série de pontos a ser usada. Para fazer isso, basta dar um clique sobre o nome da série de pontos na *Área de elementos* do Graph.

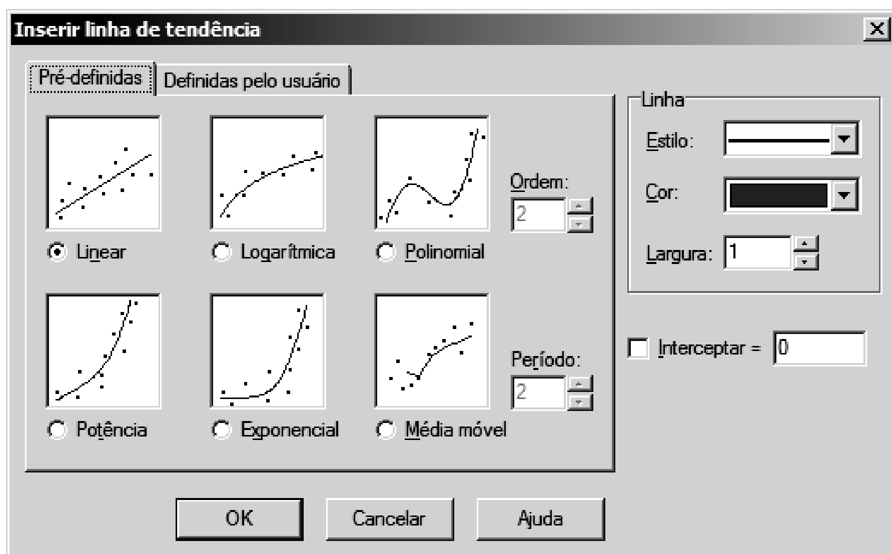
ATENÇÃO



Ajuste de curvas é usado com muita frequência em modelagem matemática. Existem funções que se ajustam melhor a determinados fenômenos a serem modelados. Por exemplo, no caso de população, normalmente, se utilizam funções exponenciais.

Faça o ajuste da curva.

Selecione a série de pontos e peça o ajuste de curva ao Graph.



O Graph possui uma série de funções pré-definidas para o ajuste de curvas. Como se sabe que a função mais comum para esse tipo de situação é a exponencial, selecione-a e observe o resultado no plano cartesiano.

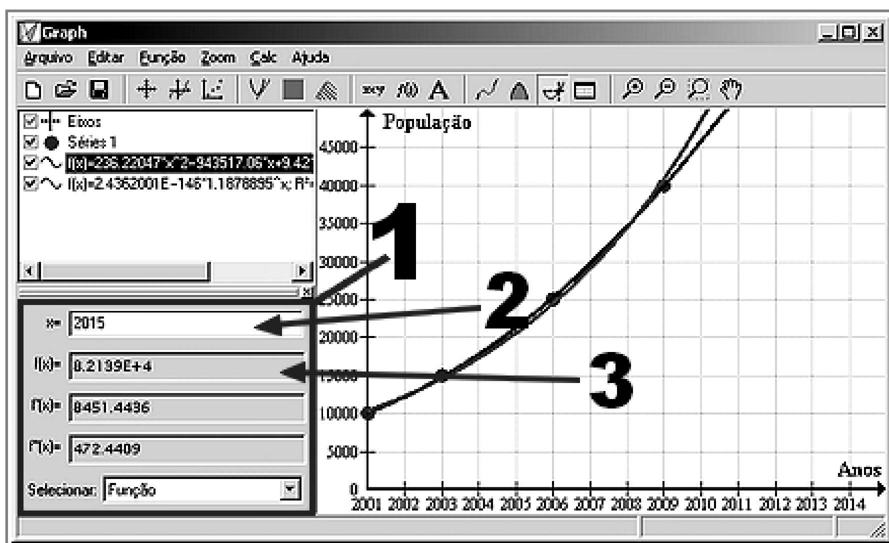
Experimente outros tipos de funções. Para evitar confusão, use uma cor diferente para cada novo ajuste de curva. Assim você pode identificar facilmente a função inserida e sua curva.

Observe que, apesar de ser mais usada, a função exponencial em modelagem relacionada ao crescimento populacional, a curva que melhor se ajusta aos pontos, no exemplo, é a polinomial de ordem 2, ou seja, uma função do 2º grau. Isso acontece porque esses dados são fictícios e não existe intuito de estudar modelagem, mas exemplificar o uso do Graph.

Obtida a(s) curva(s) e a respectiva função, é possível fazer uma estimativa da população para os anos de 2012 e 2015. Matematicamente, basta substituir *x* pelo ano e obter o valor da população. Porém vai ser usado o Graph para fazer isso.

São três formas para essa ação: (1) menu **Calc**, opção **Calcular**; (2) tecla de atalho **ctrl+e**; (3) botão **Calcular**, na *Barra de ferramentas*.

Selecione a função desejada e execute a ação. Observe que uma nova área aparece na janela do Graph (destaque 1 na figura a seguir).



Para fazer o calculo desejado, digite o valor no campo *x* (destaque 2 na figura) e observe o resultado no campo *f(x)* (destaque 3, na figura).

No exemplo citado:

1. Para o ano 2012 obtém-se o valor 5.8911E+4, ou seja, 58911 para a função polinomial de ordem 2 e 6.8572E+4, ou seja, 68572, para a função exponencial.
2. Para o ano 2015 obtém-se o valor 8.2139E+4, ou seja, 82139 para a função polinomial de ordem 2 e 1.1494E+5, ou seja, 114940, para a função exponencial.

Experimente achar a população para os anos que não estão na tabela, como 2002, 2004 e 2005.

ATENÇÃO



O cálculo pelo Graph pode ser feito para qualquer função inserida. Assim, o recurso é útil para que alunos explorem algumas funções e possam chegar a conclusões a partir dos valores obtido.

CALCULANDO ÁREA

Pode-se usar o Graph também para calcular a área de uma região entre a função e o eixo dos ***x***.

Seja o seguinte o exemplo:

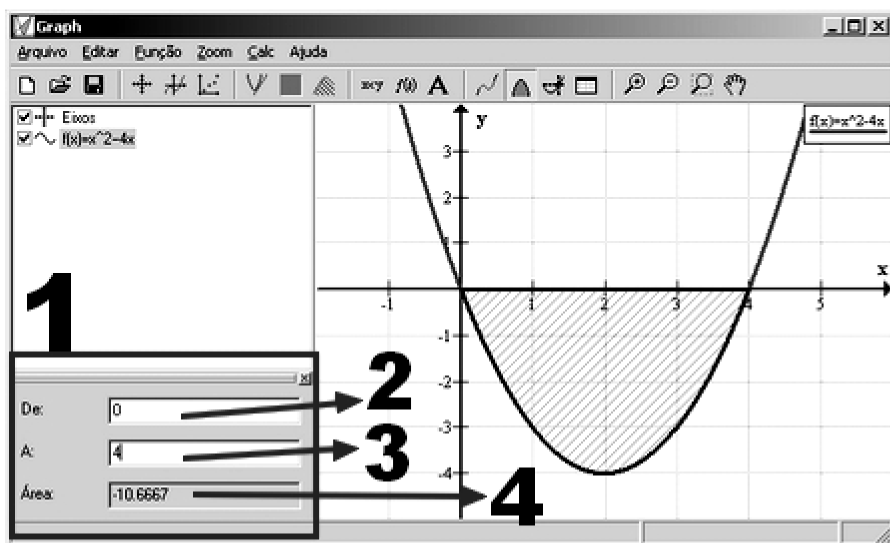
1. Inserir a função $f(x)=x^2-4x$.
2. Abrir a janela **Calcule a área** (menu **Calc**, opção **Área**, ou botão **Calcula integral definida em um dado intervalo**).

ATENÇÃO



Observe que o recurso não abre uma janela, mas uma área na janela do Graph. Veja o destaque 1 na figura.

3. Informar, na área ***Calcule a área*** ou na área de *Calcule a área* (destaque 1 na figura), o intervalo para *x*, digitando no campo *De* o valor 0 (destaque 2 na figura) e no campo *A* o valor 4 (destaque 3 na figura). O valor da área é exibido no campo *Área* (destaque 4 na figura).



PREENCHENDO TABELA

O Graph tem uma ferramenta que permite o preenchimento de uma tabela a partir da seleção de uma função, definindo-se o valor *mínimo* e *máximo* para a variável ***x*** e o intervalo de variação.

Neste exemplo se mantém o uso da função $f(x)=x^2-4x$.

1. Abrir a janela ***Calcular tabela*** (menu **Calc**, opção **Tabela**; ou botão **Apresenta uma tabela de cálculo**, na *Barra de ferramentas*).

2. Informar, nos campos *De*, *A* e Δx, na janela ***Calcular tabela***, o intervalo e a variação para o ***x***. Para o exemplo, usa-se o intervalo de -2 a 6 com um Δx de 1.

3. Clicar no botão **Calc** e observar a tabela gerada.

A tabela, além dos valores para ***x*** e ***f(x)***, mostra a derivada primeira, ***f'(x)***, e a derivada segunda, ***f''(x)***, informadas nas respectivas colunas.

Calcular tabela

De: -2 A: 6 Calc

Δx= 1

x	f(x)	f'(x)	f''(x)
-2	12.0000	-8.0000	2.0000
-1	5.0000	-6.0000	2.0000
0	0	-4.0000	2.0000
1	-3.0000	-2.0000	2.0000
2	-4.0000	0	2.0000
3	-3.0000	2.0000	2.0000
4	0	4.0000	2.0000
5	5.0000	6.0000	2.0000
6	12.0000	8.0000	2.0000

Fechar Ajuda

SOMBREANDO UMA REGIÃO DO GRÁFICO

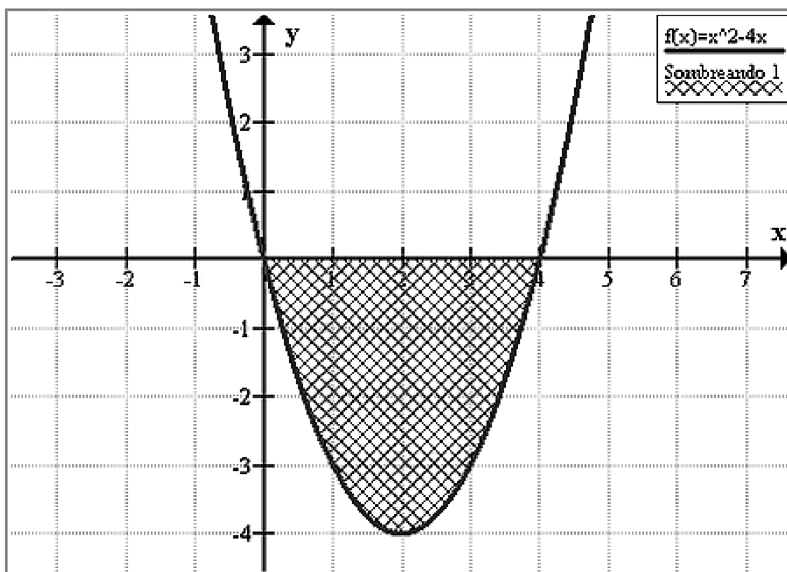
Este recurso é interessante para destacar alguma região limitada pela função. No exemplo citado, mantém-se a função ***f(x)=x²-4x***, dos exemplos anteriores.

1. Selecionar a função na *Área de elementos*;

2. Abrir a janela ***Inserir sombreamento*** (menu **Função**, opção **Inserir sombra**, tecla de atalho **F3**, ou botão **Adiciona sombreamento à função selecionada,** na *Barra de ferramentas*).

3. Selecionar, na janela ***Inserir sombra***, uma das cinco primeiras opções para a inserção do sombreamento. A sugestão é a opção *Entre a função e o eixo-x*. A opção *Entre funções*, é mostrada a seguir.

4. Clicar no botão **OK** e observar o resultado no gráfico.



Provavelmente, seu gráfico está diferente da figura citada, em que foi definida a *Faixa de variação* de 0 a 4. Para alterar esse parâmetro , edite o sombreamento (dê um clique duplo sobre ele na **Área de sombreamento**) e acesse a guia **Opções**. Use como referência a figura a seguir.

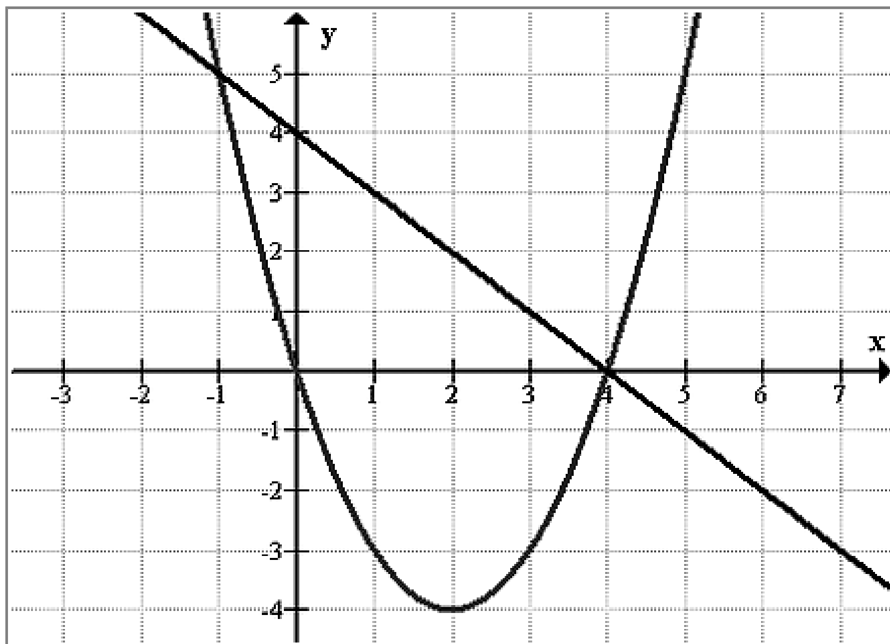


Para usar a opção de sombreamento *Entre funções*, devem-se observar alguns elementos específicos.

- Como vai ser sombreada uma área entre funções, precisa-se, naturalmente, de duas funções.
- Para melhor visualização pode-se determinar intervalo para o sombreamento, definido pelos pontos de intersecção entre as duas funções.

Para fazer o sombreamento entre duas funções, indica-se este roteiro:

1. Inserir a segunda função ***f(x)=–x+4***. A *Área de plotagem* do Graph, com os gráficos das duas funções, deve estar semelhante à figura.

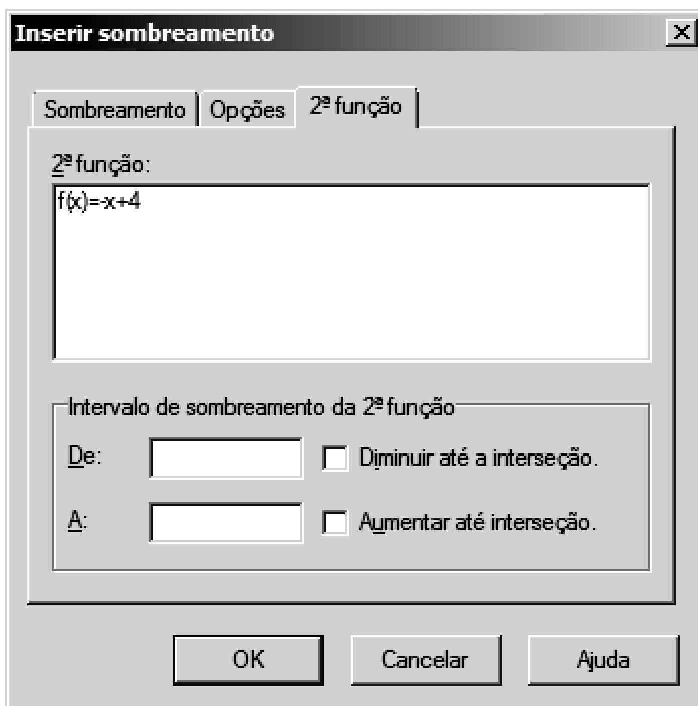


2. Selecionar, na *Área de elementos*, a função $f(x)=x^2-4x$ dando um clique sobre ela.

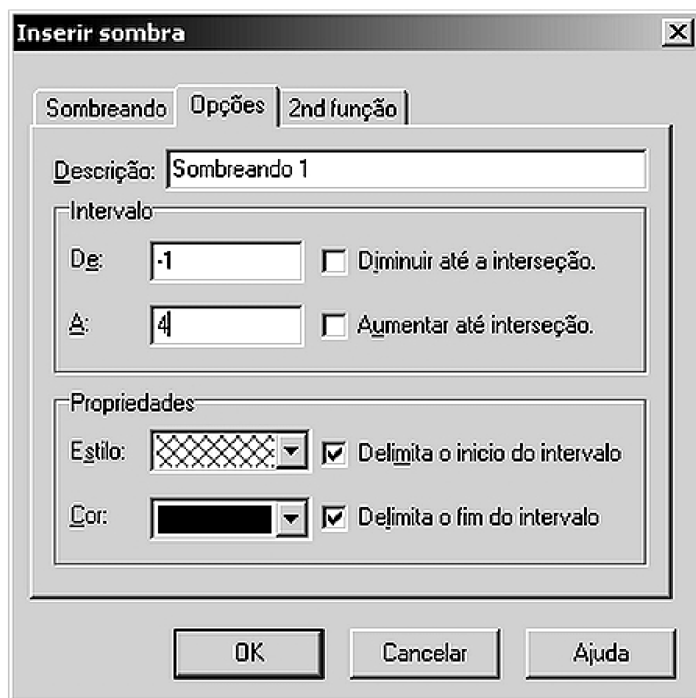
3. Abrir a janela ***Inserir sombreamento*** (menu **Função**, opção **Inserir sombra**, tecla de atalho **F3**, ou botão **Adiciona sombreamento à função selecionada,** na *Barra de ferramentas*).

4. Selecionar, na guia **Sombreando**, a opção **Entre funções**.

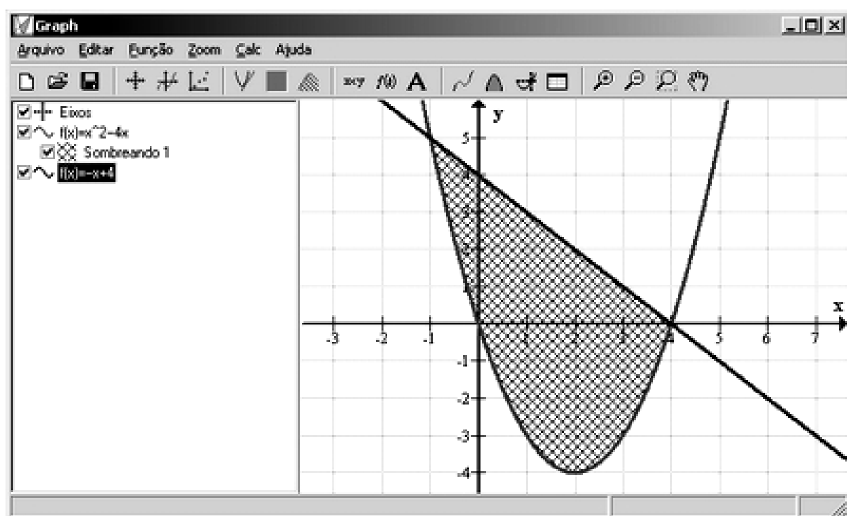
5. Clicar, na guia **2ª função** e selecionar a função ***f(x)=–x+4***.



6. Clicar na guia **Opções** e informar o intervalo para o sombreamento, preenchendo o campo **De** com –1 e o campo **A** como 4. Existem duas opções interessantes que devem ser usadas quando não há limite tão bem definido como este: *Diminuir até a interseção* e *Aumentar até a interseção*. Ao selecionar essas opções, o Graph aproxima os valores informados nos campos até os pontos de intersecção das funções.



O resultado obtido deve ser parecido com a figura a seguir.



RÓTULOS

Outro recurso interessante que o Graph possibilita é a inserção de rótulos, que podem ser textos ou até imagens. Com isso, é possível identificar ou descrever elementos.

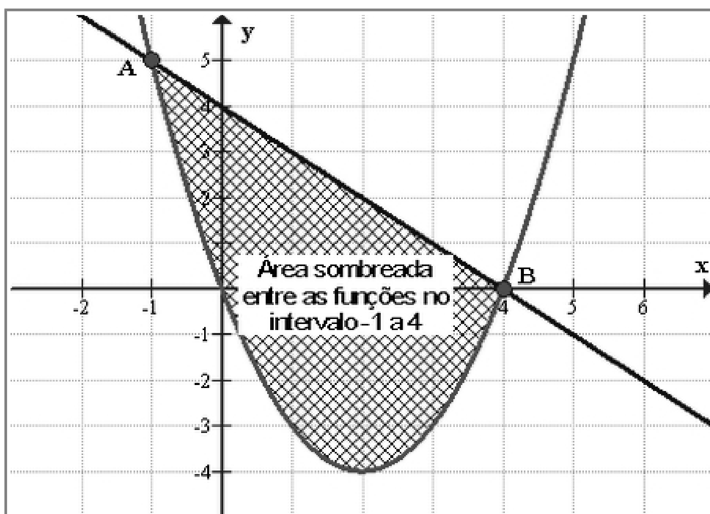
Aproveitando as funções usadas no exemplo anterior e usando os rótulos, identificam-se os pontos de interseção entre as funções e a área de sombreamento entre as funções.

Segue-se este roteiro:

1. Inserir uma série de pontos com dois pares ordenados (-1, 5) e (4 , 0).

2. Inserir 3 (três) rótulos clicando no menu **Função**, opção **Inserir rótulo** ou clicando-se no botão **Inserir rótulo** na *Barra de ferramentas*. No primeiro rótulo, identificar o ponto **A**; no segundo rótulo, o ponto **B** e, no terceiro, a **Área sombreada entre as funções no intervalo -1 a 4**.

O resultado obtido deve ser semelhante à figura a seguir.



ATENÇÃO



O Graph é um programa com muitos recursos que podem ser usados de diferentes formas. Pensar em um tutorial ou manual que cubra todas as opções é utopia. Portanto, para fluência no uso deste programa, a melhor forma é experimentar.

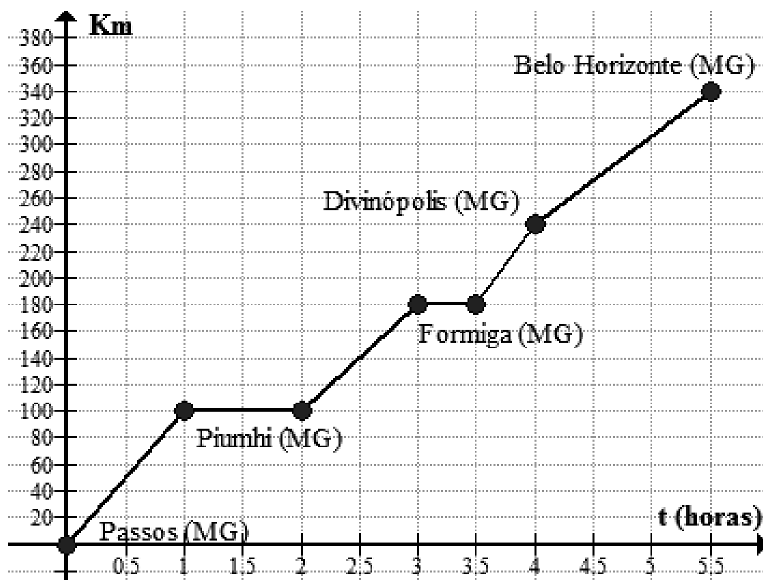
TAREFA



Sugiro que você pratique um pouco o que foi apresentado neste capítulo do uso do Graph.

EXERCÍCIO 4

Um motorista saiu de Passos (MG) com destino a Belo Horizonte (MG). Na viagem, fez duas paradas. A primeira, para o almoço, foi em Piumhi (MG). A outra, para um cafezinho, foi em Formiga (MG), de onde seguiu direto para Divinópolis (MG) e Belo Horizonte (MG). O gráfico a seguir ilustra o trajeto da viagem.



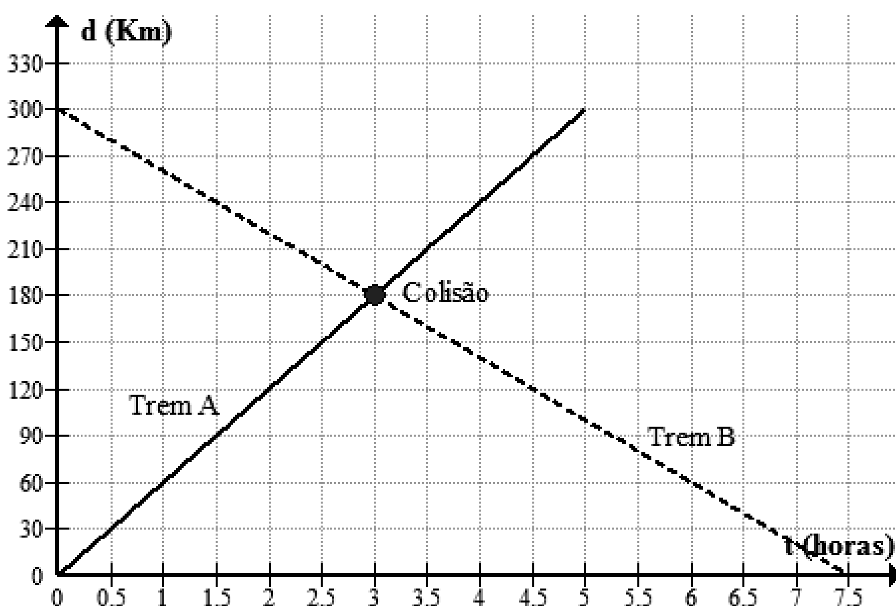
Neste exercício você deve reconstruir o gráfico no Graph.

EXERCÍCIO 5

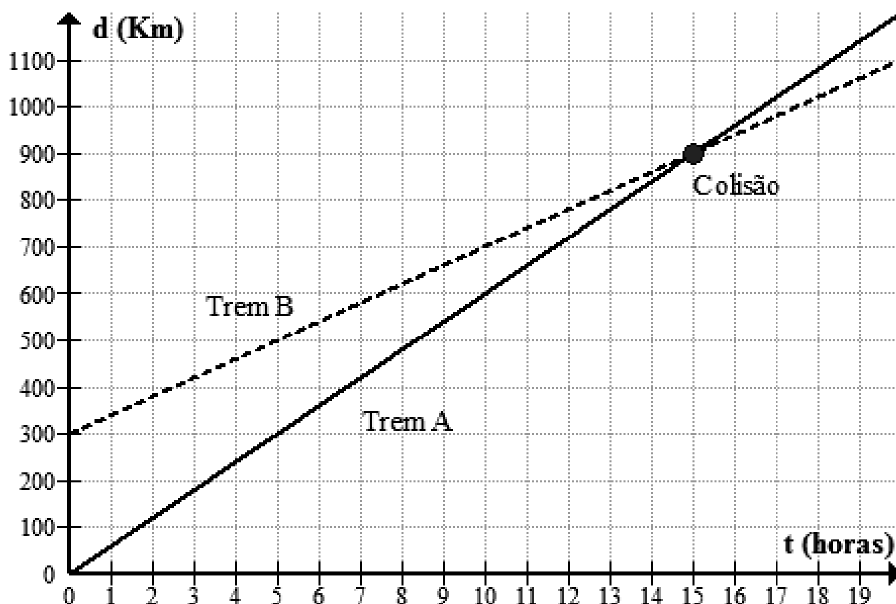
Em uma estrada de ferro, a estação **A** fica a 300 Km da estação **B**. No mesmo instante em que um trem parte da estação **A**, sentido estação **B**, com uma velocidade de 60 Km/h, parte um trem da estação **B**, com uma velocidade de 40 Km/h. Ache, graficamente, o ponto em que ocorre a colisão entre os dois trens.

Este problema possui duas soluções.

Solução 1: O trem que partem da estação **A** e o que parte da estação **B** têm sentidos opostos. Neste caso, a colisão é frontal.



<u>Solução 2:</u> O trem que parte da estação **A** e o que parte da estação **B** têm o mesmo sentido. Neste caso, o trem **A** bate na parte de trás do trem **B**.



Neste exercício, você deve reconstruir os gráficos das duas soluções do problema.

ATENÇÃO



A resolução desses exercícios se encontra no capítulo **Resolução dos exercícios**.

(Página intencionalmente deixada em branco)

ENCERRAMENTO

Chego ao final do guia de estudos sobre o Graph. Espero que você tenha gostado dele e aproveitado as orientações.

Este *software* tem muito mais recursos do que os apresentados. Porém o objetivo é explorar alguns recursos básicos. Com este conteúdo, você pode aproveitar o Graph para gerar imagens, estudar conteúdos relacionados a funções e propor atividades exploratórias e de investigações aos seus alunos.

À medida que você for usando o programa, vai descobrindo funcionalidades e usos desses recursos mais simples. Por isso, minha sugestão para quem começa a usar um programa é **EXPLORE**. Refaça exercícios mudando parâmetros, altere cores e fontes, coloque e retire grades e números e vá experimentando.

Para o uso em sala de aulas, sugiro que você conheça sobre as *atividades exploratório-investigativas* de João Pedro da Ponte (PONTE, 2003; PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2005; PONTE et al, 1998) e os *cenários de investigação* de Ole Skovismosse (SKOVISMOSE, 2000). Essas duas perspectivas podem auxiliá-lo quando for propor atividades aos alunos.

Encerro desejando-lhe muita felicidade.

Jorge Luís Costa

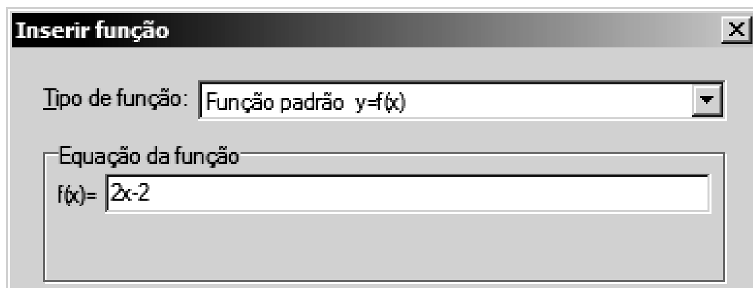
(Página intencionalmente deixada em branco)

RESOLUÇÃO DOS EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 1

EXERCÍCIO 1A

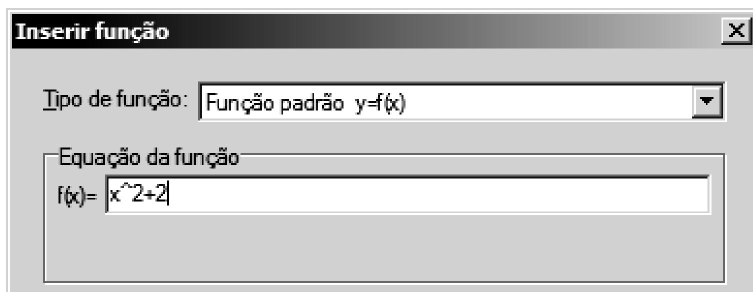
1. Abrir a janela de ***Inserir funções*** (menu **Função**, opção **Inserir função,** botão **Insere uma nova função** ou tecla de atalho **INS**).
2. Selecionar, no campo *Tipo de função*, a opção *Função padrão y=f(x)*.
3. Digitar, no campo *f(x)=,* da janela ***Inserir funções***, a função ***2x-2***.



4. Clicar no botão **Ok**.

EXERCÍCIO 1B

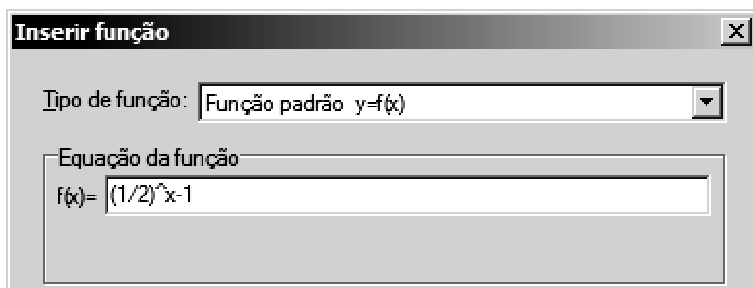
1. Abrir a janela de ***Inserir funções*** (menu **Função**, opção **Inserir função**, botão **Insere uma nova função** ou tecla de atalho **INS**).
2. Selecionar, no campo *Tipo de função*, a opção *Função padrão y=f(x)*.
3. Digitar, no campo *f(x)=,* da janela ***Inserir funções***, a função ***x^2+2***.



4. Clicar no botão **Ok**.

EXERCÍCIO 1C

1. Abrir a janela de ***Inserir funções*** (menu **Função**, opção **Inserir função**, botão **Insere uma nova função**, ou tecla de atalho **INS**).
2. Selecionar, no campo *Tipo de função*, a opção *Função padrão y=f(x)*.
3. Digitar, no campo *f(x)=,* da janela ***Inserir funções***, a função ***(1/2)^x+1***.



ATENÇÃO 

O objetivo deste exercício é destacar as prioridades das operações em sentenças matemáticas. Observe que não estando ***1/2*** entre parêntesis, o valor elevado a ***x*** é o ***2***.

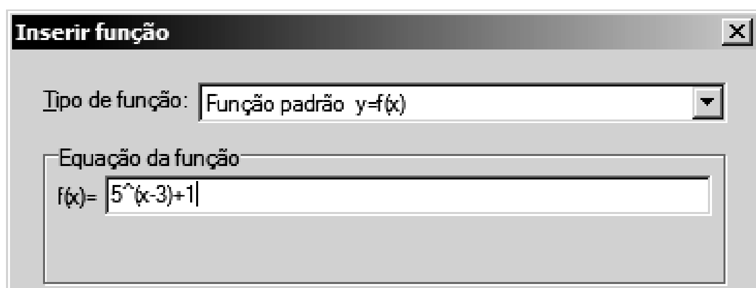
4. Clicar no botão **Ok**.

EXERCÍCIO 1D

1. Abrir a janela de ***Inserir funções*** (menu **Função**, opção **Inserir função**, botão **Insere uma nova função**, ou tecla de atalho **INS**).

2. Selecionar, no campo *Tipo de função*, a opção *Função padrão y=f(x)*.

3. Digitar, no campo *f(x)=* da janela ***Inserir funções***, a função ***5^(x-3)+1***.



ATENÇÃO

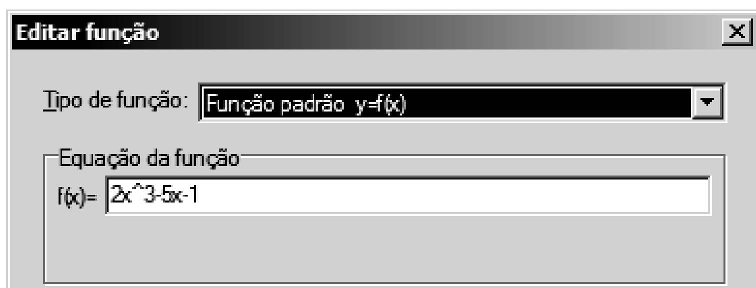


Observe, novamente, a prioridade das operações matemática e o uso dos parêntesis.

4. Clicar no botão **Ok**.

EXERCÍCIO 1E

1. Abrir a janela de ***Inserir funções*** (menu **Função**, opção **Inserir função**, botão **Insere uma nova função**, ou tecla de atalho **INS**).
2. Selecionar, no campo *Tipo de função*, a opção *Função padrão y=f(x)*.
3. Digitar, no campo *f(x)=* da janela ***Inserir funções***, a função ***2x^3-5x-1***.



ATENÇÃO



Este exercício foi proposto com o objetivo de mostrar que o Graph plotará funções de outras ordens.

4. Clicar no botão **Ok**.

EXERCÍCIO 2

EXERCÍCIO 2A

ATENÇÃO



Nos próximos exercícios não se apresentam os passos para inserir funções no Graph, pois foram utilizados diversas vezes nos exercícios anteriores. Assim, indicam-se apenas as funções que deverão ser digitadas.

1. Inserir, no Graph, as funções ***2x-1*** e ***-x+5***.
2. Abrir a janela ***Editar eixos*** (menu **Editar**, opção **Eixos**, botão **Editar as configurações dos eixos**, ou tecla de atalho **ctrl+a**).
3. Alterar, na guia **Eixo-x**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme o indicado a seguir.
    - Campo *Mínimo*: -1 e campo *Máximo*: 7
    - Campos *Auto marcas* e *Auto grade*: desmarcadas
    - Campos *Mostrar marcas* e *Mostrar grades*: marcadas
    - Campo *Unid. marca*: 1 e campo *Unid. grade*: 1

Editar eixos

eixo-x | eixo-y | Configurações | Fonte e cor

Mínimo: -1 | Rótulo: x
Máximo: 7 | O eixo-x cruza em y= 0
Unid. Marca: 1 | Auto marcas | Mostrar marcas
Unid. Grade: 1 | Auto grade | Mostrar grade
Escala Logarítmica
Mostrar números | Mostrar como múltiplos de π

Salvar como padrão | OK | Cancelar | Ajuda

4. Alterar, na guia **Eixo-y**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme o indicado a seguir.

   - Campo *Mínimo*: -1 e campo *Máximo*: 7
   - Campos *Auto marcas* e *Auto grade*: desmarcadas
   - Campos *Mostrar marcas* e *Mostrar grades*: marcadas
   - Campo *Unid. marca*: 1 e campo *Unid. grade*: 1

Editar eixos

eixo-x | eixo-y | Configurações | Fonte e cor

Mínimo: -1 | Rótulo: y
Máximo: 7 | O eixo-y cruza em x= 0
Unid. Marca: 1 | Auto marcas | Mostrar marcas
Unid. Grade: 1 | Auto grade | Mostrar grade
Escala Logarítmica
Mostrar números | Mostrar como múltiplos de π

Salvar como padrão | OK | Cancelar | Ajuda

5. Desmarcar, na guia **Configurações**, da janela ***Editar eixos***, o campo *Mostrar legenda*.
6. Clicar no botão **Ok**.

EXERCÍCIO 2B

1. Transformar a equação ***3x-y=-5*** em função.

$$3x-y=-5 \Rightarrow -y=-5-3x$$
$$-y \times (-1)=(-5-3x) \times (-1) \Rightarrow y=3x+5$$

2. Transformar a equação ***-x+y=3*** em função.

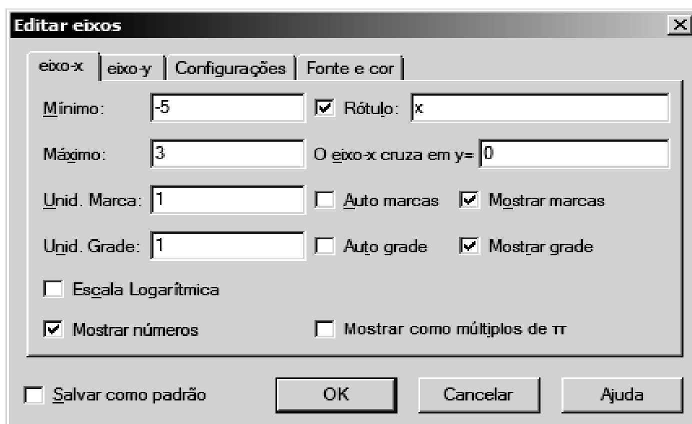
$$-x+y=3 \Rightarrow y=x+3$$

3. Inserir, no Graph, as funções ***3x+5*** e ***x+3***.

4. Abrir a janela ***Editar eixos*** (menu **Editar**, opção **Eixos**, botão **Editar as configurações dos eixos**, ou tecla de atalho **ctrl+a**);

5. Alterar, na guia **Eixo-x**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme o indicado a seguir.

   - Campo *Mínimo*: -5 e campo *Máximo*: 3
   - Campos *Auto marcas* e *Auto grade*: desmarcadas
   - Campos *Mostrar marcas* e *Mostrar grades*: marcadas
   - Campo *Unid. marca*: 1 e campo *Unid. grade*: 1



6. Alterar, na guia **Eixo-y**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme o indicado a seguir.

    ◦ Campo *Mínimo*: -1 e campo *Máximo*: 7
    ◦ Campos *Auto marcas* e *Auto grade*: desmarcadas
    ◦ Campos *Mostrar marcas* e *Mostrar grades*: marcadas
    ◦ Campo *Unid. marca*: 1 e campo *Unid. grade*: 1

7. Desmarcar, na guia **Configurações**, da janela ***Editar eixos***, o campo *Mostrar legenda*.

8. Clicar no botão **Ok**.

EXERCÍCIO 2C

1. Transformar a equação ***x – y=-1*** em função.

$$x-y=-1 \Rightarrow y=x+1$$

2. Transformar a equação ***2x+y=-5*** em função.

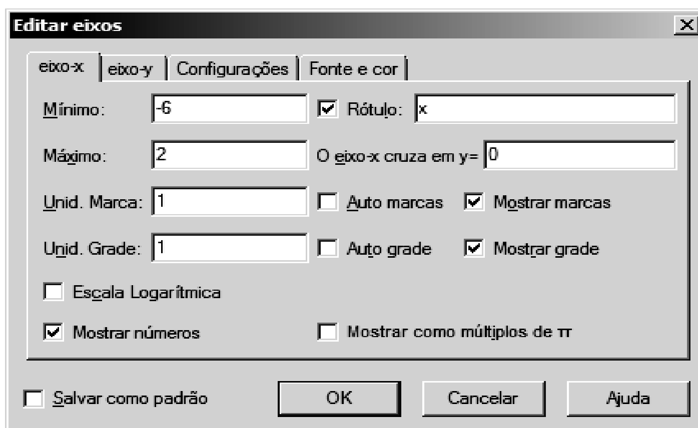
$$2x+y=-5 \Rightarrow y=-2x-5$$

3. Inserir, no Graph, as funções ***x+1*** e ***-2x-5***.

4. Abrir a janela ***Editar eixos*** (menu **Editar**, opção **Eixos**, botão **Editar as configurações dos eixos**, ou tecla de atalho **ctrl+a**).

5. Alterar, na guia **Eixo-x**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme o indicado a seguir.

   - Campo *Mínimo*: -6 e campo *Máximo*: 2
   - Campos *Auto marcas* e *Auto grade*: desmarcadas
   - Campos *Mostrar marcas* e *Mostrar grades*: marcadas
   - Campo *Unid. marca*: 1 e campo *Unid. grade*: 1



6. Alterar, na guia **Eixo-y**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme o indicado a seguir:

   ◦ Campo *Mínimo*: -5 e campo *Máximo*: 3
   ◦ Campos *Auto marcas* e *Auto grade*: desmarcadas
   ◦ Campos *Mostrar marcas* e *Mostrar grades*: marcadas
   ◦ Campo *Unid. marca*: 1 e campo *Unid. grade*: 1

7. Desmarcar, na guia **Configurações**, da janela ***Editar eixos***, o campo *Mostrar legenda*.

8. Clicar no botão **Ok**.

EXERCÍCIO 2D

1. Transformar a equação ***x – 3y-9=0*** em função.

$$x-3y-9=0$$
$$-3y=9-x$$
$$y=\frac{9-x}{-3}$$

2. Transformar a equação ***x+3y+3=0*** em função.

$$x+3y+3=0$$
$$3y=-x-3$$
$$y=\frac{-x-3}{3}$$

3. Inserir, no Graph, as funções (***9-x)/(-3)*** e ***(-x-3)/3***.

4. Abrir a janela ***Editar eixos*** (menu **Editar**, opção **Eixos**, botão **Editar as configurações dos eixos**, ou tecla de atalho **ctrl+a**).

5. Alterar, na guia **Eixo-x**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme o indicado a seguir.

   - Campo *Mínimo*: -1 e campo *Máximo*: 7
   - Campos *Auto marcas* e *Auto grade*: desmarcadas
   - Campos *Mostrar marcas* e *Mostrar grades*: marcadas
   - Campo *Unid. marca*: 1 e campo *Unid. grade*: 1

6. Alterar, na guia **Eixo-y**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme o indicado a seguir.

  - Campo *Mínimo*: -5 e campo *Máximo*: 2
  - Campos *Auto marcas* e *Auto grade*: desmarcadas
  - Campos *Mostrar marcas* e *Mostrar grades*: marcadas
  - Campo *Unid. marca*: 1 e campo *Unid. grade*: 1

7. Desmarcar, na guia **Configurações**, da janela ***Editar eixos***, o campo *Mostrar legenda*.

8. Clicar no botão **Ok**.

EXERCÍCIO 3

Nesta resolução detalho o passo a passo, pois aproveito para trabalhar com outros recursos.

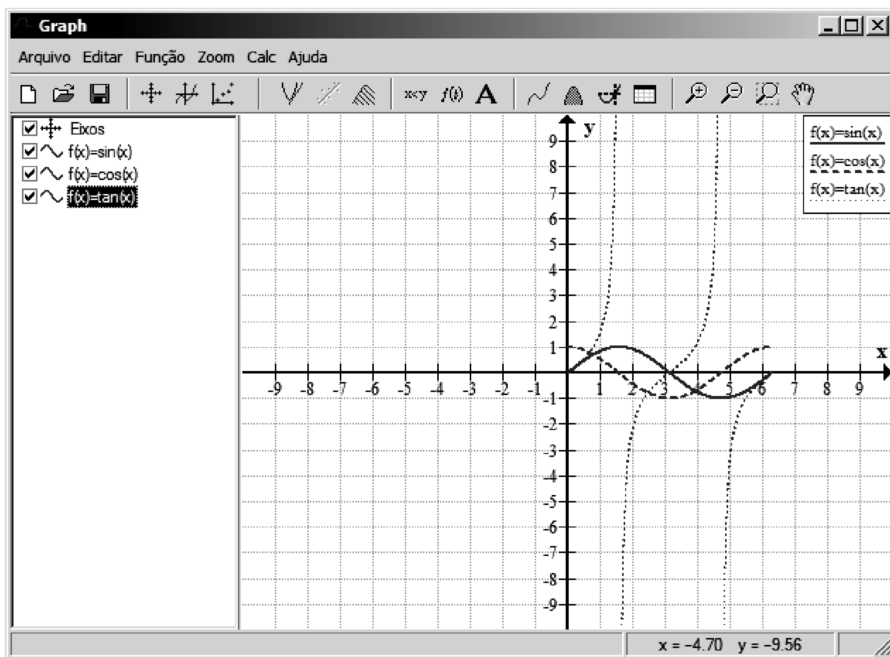
ATENÇÃO



O Graph possui algumas constantes. Uma delas é **Pi** que possui o valor aproximado de **3,14**.

1. Inserir, no Graph, a função Seno, preenchendo os campos com os seguintes valores:
   - Campo *f(x)=* : ***sin(x)***;
   - Na área *Variação do argumento*, campo *De*: 0
   - Na área *Variação do argumento*, campo *A*: 2Pi
2. Inserir, no Graph, a função Cosseno preenchendo, os campos com os seguintes valores:
   - Campo *f(x)=* : ***cos(x)***;
   - Na área *Variação do argumento*, campo *De*: 0
   - Na área Variação do argumento, campo A: 2Pi
   - Na área Propriedades do gráfico, campo Estilo da linha, mudar para tracejado.
3. Inserir, no Graph, a função Tangente, preenchendo os campos com os seguintes valores:
   - Campo *f(x)=* : ***tan(x)***;
   - Na área *Variação do argumento*, campo *De*: 0

- Na área Variação do argumento, campo A: 2Pi
- Na área *Propriedades do gráfico*, campo *Estilo da linha*, mudar para pontilhado.



4. Abrir a janela ***Editar eixos*** (menu **Editar**, opção **Eixos**, botão **Editar as configurações dos eixos**, ou tecla de atalho **ctrl+a**).

5. Alterar, na guia **Eixo-x**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme indicado a seguir.

   - Campo *Mínimo*: -Pi/4 e campo *Máximo*: 2Pi+(Pi/4)
   - Campos *Auto marcas* e *Auto grade*: desmarcadas
   - Campos *Mostrar marcas* e *Mostrar grades*: marcadas
   - Campo *Unid. marca*: 1 e campo *Unid. grade*: 1
   - Campo *Mostrar como múltiplos de π:* marcado.

Editar eixos

eixo-x | eixo-y | Configurações | Fonte e cor

Mínimo: -Pi/4 — Rótulo: x

Máximo: 2Pi+(Pi/4) — O eixo-x cruza em y= 0

Unid. Marca: Pi/2 — Auto marcas — Mostrar marcas

Unid. Grade: Pi/2 — Auto grade — Mostrar grade

Escala Logarítmica

Mostrar números — Mostrar como múltiplos de π

Salvar como padrão — OK — Cancelar — Ajuda

6. Alterar, na guia **Eixo-y**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme o indicado a seguir.

- Campo *Mínimo*: -2 e campo *Máximo*: 2
- Campos *Auto marcas* e *Auto grade*: desmarcadas
- Campos *Mostrar marcas* e *Mostrar grades*: marcadas
- Campo *Unid. marca*: 1 e campo *Unid. grade*: 1

Editar eixos

eixo-x | eixo-y | Configurações | Fonte e cor

Mínimo: -2 — Rótulo: y

Máximo: 2 — O eixo-y cruza em x= 0

Unid. Marca: 1 — Auto marcas — Mostrar marcas

Unid. Grade: 1 — Auto grade — Mostrar grade

Escala Logarítmica

Mostrar números — Mostrar como múltiplos de π

Salvar como padrão — OK — Cancelar — Ajuda

7. Desmarcar, na guia **Configurações**, da janela ***Editar eixos***, o campo *Mostrar legenda*.

8. Clicar no botão **Ok**.

SAIBA MAIS!



Particularmente, acho o trabalho com funções trigonométricas muito interessante, mas, para trabalhar com elas no Graph, é **FUNDAMENTAL** experimentar diversas situações. Por isso, sugiro que você faça outras experiências, talvez usando algum livro específico deste conteúdo.

EXERCÍCIO 4

Inicio a resolução deste exercício, listando os pontos e suas coordenadas no plano cartesiano. Para isso, uso a imagem do deslocamento da viagem.

Ponto	Valor de *x*	Valor de *y*	Identificação
1	0	0	Saída de Passos (MG)
2	1	100	Início da parada para o almoço em Piumhi (MG)
3	2	100	Término da parada para o almoço em Piumhi (MG)
4	3	180	Início da parada para cafezinho em Formiga (MG)
5	3,5	180	Término da parada para cafezinho em Formiga (MG)
6	4	240	Divinópolis (MG)
7	5,5	340	Chegada em Belo Horizonte (MG)

A partir desse dados, é possível inserir os pontos na plano cartesiano.

1. Abrir a janela Inserir série de pontos (menu **Função**, opção **Inserir série de pontos…**, tecla de atalho **F4**, ou botão **Insere uma série de pontos**).
2. Digitar, na tabela da janela ***Inserir série de pontos***, os valores para as variáveis ***x*** e ***y*** relacionados acima.
3. Alterar, no campo *Estilo*, da área *Linha*, o estilo da linha que une os pontos do gráfico.
4. Alterar, no campo *Interpolação*, da área *Linha*, o tipo *Linear.*
5. Clicar no botão **Ok**.

Você deve ter observados que o gráfico quase não está visível, pois é necessário fazer o ajuste dos eixos.

1. Abrir a janela ***Editar eixos*** (menu **Editar**, opção **Eixos**, botão **Editar as configurações dos eixos**, ou tecla de atalho **ctrl+a**).

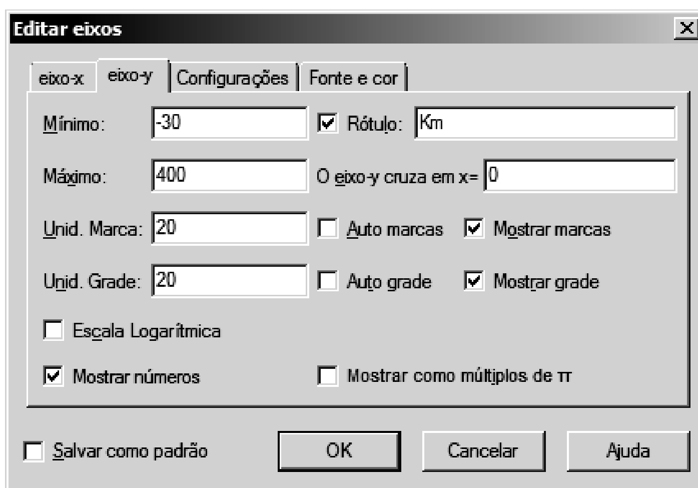
2. Alterar, na guia **Eixo-x**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme o indicado a seguir.

   - Campo *Mínimo*: -0,5 e campo *Máximo*: 6
   - Campos *Auto marcas* e *Auto grade*: desmarcadas
   - Campos *Mostrar marcas* e *Mostrar grades*: marcadas

- Campo *Unid. marca*: 0,5 e campo *Unid. grade*: 0,5
- Campo *Rótulo*: marcado
- Campo de texto do *Rótulo* preenchido com t(horas)

3. Alterar, na guia **Eixo-y**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme o indicado a seguir:

- Campo *Mínimo*: -30 e campo *Máximo*: 400
- Campos *Auto marcas* e *Auto grade*: desmarcadas
- Campos *Mostrar marcas* e *Mostrar grades*: marcadas
- Campo *Unid. marca*: 30 e campo *Unid. grade*: 30
- Campo *Rótulo*: marcado;
- Campo de texto do *Rótulo* preenchido com Km.



4. Desmarcar, na guia **Configurações**, da janela ***Editar eixos***, o campo *Mostrar legenda*.

5. Clicar no botão **Ok**.

O próximo passo é inserir os rótulos de identificação das cidades.

1. Abrir a janela ***Inserir rótulo de texto*** (menu **Função**, opção **Inserir rótulo…**, tecla de atalho **F8**, ou botão **Insere um rótulo de texto**).

2. Digitar, no campo *Texto*, da janela ***Inserir rótulo de texto***, o nome da cidade - Passos (MG).

3. Clicar no botão **OK**.

4. Arrastar o nome da cidade para uma posição mais próxima do ponto.

5. Repetir estes passos para cada uma das cidades.

EXERCÍCIO 5

Podem-se usar diferentes estratégias neste exercício.

Pensando em apenas replicar o gráfico, a maneira mais simples é listar, para cada gráfico, os pontos e suas coordenadas, inserir esses pontos, uni-los por linha, fazer o ajuste dos eixos e inserir os rótulos de texto. Essa estratégia e semelhante à que foi usada no exercício 3. A desvantagem é que precisar dos gráficos para fazer o levantamento dos pontos.

A outra estratégia é, partindo das funções de cada trem e construir os respectivos gráficos. Esta é a que vai ser usada.

Solução 1: O trem que parte da estação **A** e o que parte da estação **B** têm sentidos opostos. No caso, a colisão é frontal.

Para a solução considera-se o seguinte:

- O eixo ***x*** representa a variável tempo – t(horas) – e o eixo ***y*** o deslocamento – Km.
- O ponto de partida, a origem no gráfico, é a estação **A**.
- A velocidade do trem **A** – o que parte da estação **A** – é de 60 Km e é dada pela função ***f(x)=60x*** .
- Como a distância entre as estações é de 300 Km, o trem **A** gasta 5 horas para se deslocar entre elas.
- O trem **B** – o que parte da estação **B** – está a 300 Km do ponto da estação **A**, o ponto de origem do gráfico, e se desloca a uma velocidade de 40 Km. A velocidade do trem **B**, no gráfico, é dada por ***f(x)=300-40x*** .
- O tempo que o trem **B** gasta para percorrer a distância entre as estações é de 7,5 horas.

Com essas informações, inserem-se os dados no Graph.

1. Inserir, no Graph, a função do **Trem A**: ***60x*** .
2. Inserir, no Graph, a função do ***Trem B***: ***300-40x*** e alterar, no campo *Estilo da linha*, da área *Propriedades do gráfico*, o estilo da linha para o tracejado.

Os próximos passos servem para fazer os ajustes dos eixos.

1. Abrir a janela ***Editar eixos***.
2. Alterar, na guia **Eixo-x**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme o indicado a seguir.
   - Campo *Mínimo*: 0 e campo *Máximo*: 8
   - Campos *Auto marcas* e *Auto grade*: desmarcadas
   - Campos *Mostrar marcas* e *Mostrar grades*: marcadas
   - Campo *Unid. marca*: 0,5 e campo *Unid. grade*: 0,5
   - Campo *Rótulo*: marcado.
   - Campo de texto do *Rótulo* preenchido com t(horas)

3. Alterar, na guia **Eixo-y**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme o indicado a seguir.

   - Campo *Mínimo*: 0 e campo *Máximo*: 340
   - Campos *Auto marcas* e *Auto grade*: desmarcadas
   - Campos *Mostrar marcas* e *Mostrar grades*: marcadas
   - Campo *Unid. marca*: 30 e campo *Unid. grade*: 30
   - Campo *Rótulo*: marcado
   - Campo de texto do *Rótulo* preenchido com Km

4. Desmarcar, na guia **Configurações**, da janela ***Editar eixos***, o campo *Mostrar legenda* e selecionar, na área *Estilo dos eixos*, o estilo *Caixa*.

5. Clicar no botão **Ok**.

Para inserir o ponto nas coordenadas referente à colisão dos trens:

1. Abrir a janela ***Inserir série de pontos*** .
2. Digitar, na tabela da janela ***Inserir série de pontos***, as coordenadas (3 , 180).

Para finalizar a resolução, inserir os rótulos para facilitar as identificações.

1. Abrir a janela ***Inserir rótulo de texto***.
2. Digitar, no campo *Texto*, da janela ***Inserir rótulo de texto***, o texto **Trem A**.
3. Clicar no botão **OK**.
4. Arrastar o texto para uma posição mais próxima da reta da função;
5. Repetir os passos citados para o **Trem B** e para a indicação do ponto de colisão.

<u>Solução 2:</u> O trem que parte da estação **A** e o que parte da estação **B** têm o mesmo sentido. No caso, o trem **A** bate na parte de trás do trem **B**.

Como foi feito para a solução anterior, destacam-se algumas considerações:

- O eixo ***x*** representa a variável tempo – t(horas) – e o eixo ***y*** o deslocamento – Km.
- Nossa referência, a origem no gráfico, é a estação **A**.
- A velocidade do trem **A** – o que parte da estação **A** – é de 60 Km e é dada pela função ***f(x)=60x***.
- O trem **B** – o que parte da estação **B** – está a 300 Km do ponto da estação **A**, o ponto de origem do gráfico, e se desloca a uma velocidade de 40 Km. A função do trem **B**, no gráfico, é dada por ***f(x)=300+40x***.

- Não se sabe, a princípio, onde será a colisão. É possível resolver o sistema e obter a resposta. Mas a intenção é explorar um pouco mais o Graph.

Com essas informações, inserirem-se os dados no Graph.

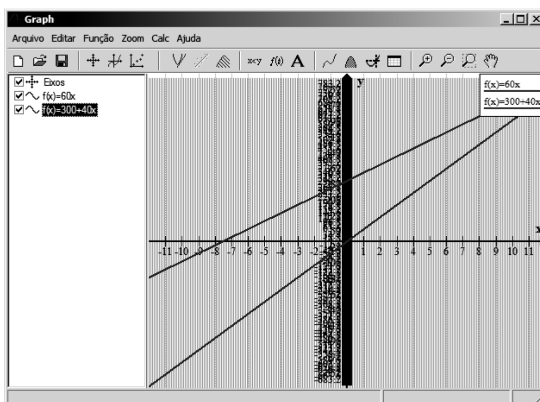
1. Inserir, no Graph, a função do **Trem A**: ***60x***.
2. Inserir, no Graph, a função do ***Trem B***: ***300+40x*** e alterar, no campo *Estilo da linha*, da área *Propriedades do gráfico*, o estilo da linha para o tracejado.

Antes de fazer os ajustes dos eixos, usa-se um recurso interessante: ***Enquadrar*** ou ***Enquadrar todos***. A ideia desse recursos é, como o nome indica, enquadrar os elementos que estão no plano cartesiano, ajustando os valores de máximo e mínimo dos eixos ***x*** e ***y*** de tal forma que possam se tornar visíveis.

O recurso pode ser útil para um ajuste inicial quando não se tem ideia do valor ideal para ajustar os eixos. Este é o passo:

Fazer o enquadramento das duas funções (menu **Zoom**, opção **Enquadrar todos**).

Na configuração do Graph que estou usando, o resultado não é o ideal, mas dá dicas sobre a configuração ideal.



Como se pode observar, a interseção das retas das funções acontece no 1º quadrante do plano, em um ponto cujos valores das variáveis ***x*** e **y** são maiores do que os indicados. Os próximos passos fazem ajustes dos eixos.

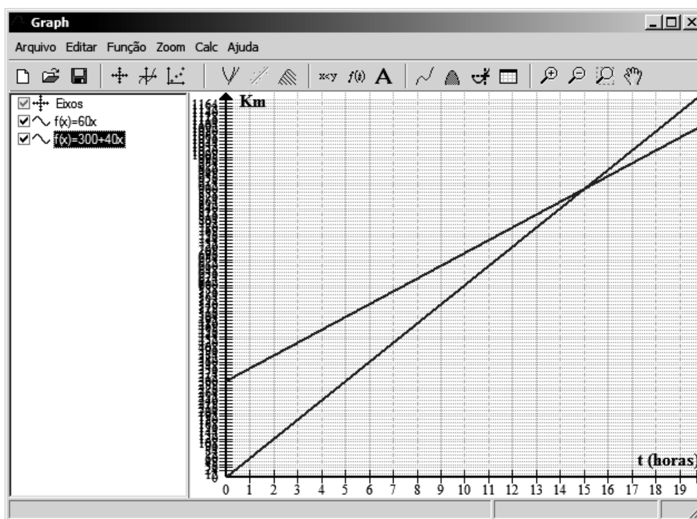
1. Abrir a janela ***Editar eixos.***
2. Alterar, na guia **Eixo-x**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme o indicado a seguir.
    - Campo *Mínimo*: 0 e campo *Máximo*: 20
    - Campos *Auto marcas* e *Auto grade*: desmarcadas
    - Campos *Mostrar marcas* e *Mostrar grades*: marcadas
    - Campo *Unid. marca*: 1 e campo *Unid. grade*: 1
    - Campo *Rótulo*: marcado
    - Campo de texto do *Rótulo* preenchido com t(horas)

3. Alterar, na guia **Eixo-y**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme o indicado a seguir:

    ◦ Campo *Mínimo*: 0 e campo *Máximo*: 1200
    ◦ Campos *Auto marcas* e *Auto grade*: desmarcadas
    ◦ Campos *Mostrar marcas* e *Mostrar grades*: marcadas
    ◦ Campo *Unid. marca*: 10 e campo *Unid. grade*: 10
    ◦ Campo *Rótulo*: marcado
    ◦ Campo de texto do *Rótulo* preenchido com Km

4. Desmarcar, na guia **Configurações**, da janela ***Editar eixos***, o campo *Mostrar legenda* e selecionar, na área *Estilo dos eixos*, o estilo *Caixa*;

5. Clicar no botão **Ok**.



O que se pode observar é que o intervalo entre as marcar no eixo ***y*** foi pequeno e, por isso, não é possível visualizá-los. É preciso aumentar esse valor.

1. Abrir a janela ***Editar eixos***.
2. Alterar, na guia **Eixo-y**, da janela ***Editar eixos***, os campos conforme o indicado a seguir.
    - Campo *Unid. marca*: 100 e campo *Unid. grade*: 100
3. Clicar no botão **Ok**.

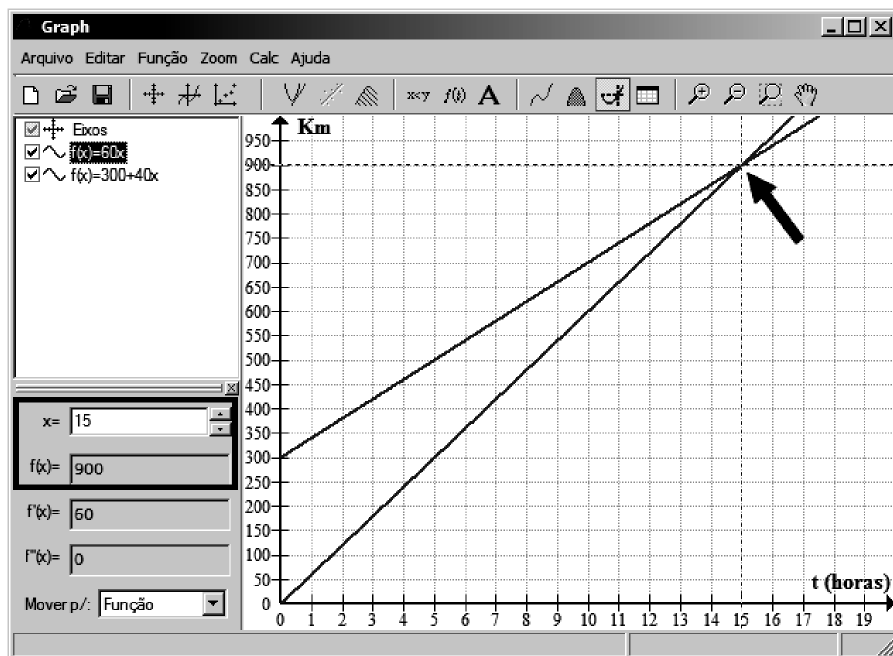
ATENÇÃO



É claro que a busca pelos valores ideais para os eixos é facilitada por já haver o gráfico fornecido. Porém esses passos servem como sugestão para aproximações sucessivas, até a visualização desejável. Pode-se melhorá-la por meio de uma resolução algébrica.

O próximo passo na solução é achar as coordenadas do ponto de interseção. Nesse ponto as duas funções têm o mesmo valor. Para confirmar isso, usando o Graph, recorre-se ao recurso **Calcular**.

1. Selecionar a função ***f(x)=60x*** na **Área dos elementos**.
2. Abrir a área calcular (menu **Calc**, opção **Calcular**, tecla de atalho **ctrl+e**, ou botão **Calcula ou rastreia a função selecionada**.
3. Deslocar o ponteiro do *mouse* sobre a reta da função (indicada com uma seta na figura) e observar o valor do campo *x* e *f(x)* na área de cálculo (campos destacados na figura).
4. Selecionar a outra função e observar os mesmos campos.



ATENÇÃO



Se o objetivo for apenas gerar uma figura para ilustrar uma prova ou material, talvez o método não seja o ideal. Porém, se o professor estiver pensando em uma atividade exploratória ou investigativa (PONTE, 2003), para trabalhar com seus alunos, esses recursos podem tornar-se interessantes.

Para inserir o ponto nas coordenadas referente à colisão dos trens.

1. Abrir a janela ***Inserir série de pontos***.
2. Digitar, na tabela da janela ***Inserir série de pontos***, as coordenadas (15 , 900).

Para finalizar a resolução, inserir os rótulos para facilitar as identificações.

1. Abrir a janela ***Inserir rótulo de texto***.
2. Digitar, no campo *Texto*, da janela ***Inserir rótulo de texto***, o texto **Trem A**.
3. Clicar no botão **OK**.
4. Arrastar o texto para uma posição mais próxima da reta da função.
5. Repetir os passos apresentados para o **Trem B** e para a indicação do ponto de colisão.

(Página intencionalmente deixada em branco)

ATENÇÃO



Caso você tenha dúvida em algum dos exercícios, aproveite para fazê-lo novamente. Como foi dito, o Graph tem muitos recursos e mesmo os básicos exigem prática.

(Página intencionalmente deixada em branco)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Dicionário DIC Michaeles. Ed. Promocional UOL. São Paulo: Amigo Mouse Software Ltda, 2001. CD-ROM.

GRAPH. **Site Graph - Plotting of mathematical functions**. Disponível em <http://www.padowan.dk>. Acesso em <15 fev. 2016>.

IEZZI, Gelson; et. al. ***Matemática – 1ª Série***. São Paulo: Atual, 1973

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos da Matemática Elementar – Conjuntos e funções. São Paulo: Atual Editora, 1977.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. Fundamentos da Matemática Elementar – Trigonometria. São Paulo: Atual Editora, 1977.

SKOVSMOSE. Ole. Cenários para investigação. **Bolema**, nº 14, p. 66-91, 2000.

PONTE, João Pedro da. **Investigar, ensinar e aprender**. Actas do ProfMat 2003. Lisboa: APM.

PONTE, João Pedro da; BROCADO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

PONTE, João Pedro da et al. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. **Quadrante**, p. 41-70, 1998.

(Página intencionalmente deixada em branco)


visão
editora